摘 要(中文)

本文应用弹塑性弯曲及压扁理论，对斜辊钢管矫直机的矫直过程进行了理论分析，在此基础上，应用曲面包络理论，建立了矫直辊的辊型曲线方程以及矫直辊和钢管的接触线方程，并推导出钢管在接触线上各点的相对滑动速度，从而导出斜辊钢管矫直机矫直功率的计算公式。本文以六辊斜辊钢管矫直机为例进行了计算，并在鞍钢无缝钢管厂 140 机组进行实验。实验证明，本文所推导的矫直功率计算公式是正确的、合理的，这将为我国斜辊钢管矫直机的设计提供坚实的理论依据。

关键词：斜辊钢管矫直机　矫直辊辊型　相对滑动速度　矫直功率

ABSTRACT

This text applied elastic-plastic bending and squat theory to make theoretical analysis of leveling process of inclined-roll straightener for straightening steel tube. On the basis of it, applied curve-besieged theory, founded the curve equation of the straightening roller and joining-wire equation between the straightening roller and the seamless steel tube, and deduced the relative sliding velocity equation in the every point of joining-wire. Thus deduced the calculating equation of the straightening power of machine. We made straightening power calculation to 6 inclined-roll straightener for steel tubes, and conducted the test to istraightener in AISC Seamless Steel Tube Plant. Test proved that the calculating equation advanced by this text is reasonable and feasible, this provided theoretical basis for the design of cross-roll straightener for steel tubes in the country.

Key words: Cross-roll Straightener for Pipe Profile of Straightening Roller Relative Sliding Velocity Straightening Power

概 述

§1-1 课题研究的目的

随着石油、天然气、航天以及航空等工业的发展，无缝钢管的需求量越来越大，质量要求也愈来愈高，除材质的机械性能要保证外，在钢管的纵向弯曲度和断面圆度方面的要求也愈来愈严格。斜辊钢管矫直机作为钢管生产的后序工艺线上的重要设备，对钢管的质量和成材率影响很大，它的设计好坏是直接影响钢管矫直质量的关键因素，而力能参数又是设计斜辊钢管矫直机的重要数据，矫直功率作为矫直机设计中不可缺少的力能参数，足够精确地确定出矫直功率，将为矫直机的设计提供安全可靠的保证，从而能够正确地评价矫直机的承载能力，减少多余的安全系数。因此，要设计出满足生产要求的新型高效斜辊钢管矫直机，研究其矫直功率尤为重要。

§1-2 矫直机的用途

在现代化的型钢、钢板、钢管等轧钢车间的精整工段中，都设有矫正机，它是轧钢生产中最后一道工序，是保证产品质量的一种重要的辅助设备。由于轧出的产品不论在平直度和几何形状方面都不能保证产品的质量要求，必须经过矫正机才能把在轧制、冷却、运输过程中造成的不平直性和几何

形状的不规则性进行矫正，使之达到国家标准。造成上述缺陷的主要因素是：

（1）、轧材加热不匀、材料性能不均匀、孔型调整不准确等都是使轧件产生弯曲的主要原因；

（2）、断面形状不对称的异型轧件，如钢轨、槽钢、角钢等，在轧制后的冷却过程中，由于断面各处冷却速度不一致和收缩不均匀，也将产生挠曲变形；

（3）、热状态下的轧件在辊道上停留过久，也会由于自重引起弯曲；

（4）、在热状态下运送轧件，进行锯切、剪切等操作，也会将轧件弯曲。

因此，从工艺的角度消除使轧件产生挠曲和瓢曲比较困难。所以必须有一套专门的机械设备，将已经产生挠曲和瓢曲的轧件进行矫正，使其平直度和圆度被限制在国家标准的规定范围之内，以提高产品的质量。矫正机就是用于这一目的的一类机械设备。

要使轧件的挠曲和瓢曲以及几何形状的不规则性得到矫正，显然在矫正过程中必须使轧件产生一定程度的塑性变形，否则，矫完的轧件又将弹性恢复到原来的挠曲和瓢曲形状，达不到矫正的目的。所以，轧件的矫正过程是一个弹塑性变形的过程。

矫正机可以安装在轧钢车间的精整工段，也可以单独地

装在其它机械加工车间。如桥梁、船舶、汽车、锅炉、自行车等工厂的坯料或加工车间等等。矫正机作为一类重要机械设备，已被广泛地应用于冶金工业、机械工业等行业中。

§1-3 矫直机的类型

根据使轧件产生弹塑性变形方式的不同，矫正机可以分成以下几类：

1、应用弹塑性弯曲进行矫正

（1）、压力矫正机：

它是应用一次弹塑性弯曲进行矫正轧件。其主要优点是可以进行有选择地补充矫正，但生产率低。主要有用于矫正钢轨、钢管等品种的立式矫正机，和用于矫大型钢梁、槽钢等品种的水平弯曲的卧式压力矫正机等几种。近几年出现了倾斜式压力矫正机，可以用来矫正复杂断面的轧件，例如德国制造的压力矫正机，可动的C型机架沿弧形槽移动，使之与轧件成任何角度，因而当轧件进入时，可以不转动。

（2）、辊式矫正机：

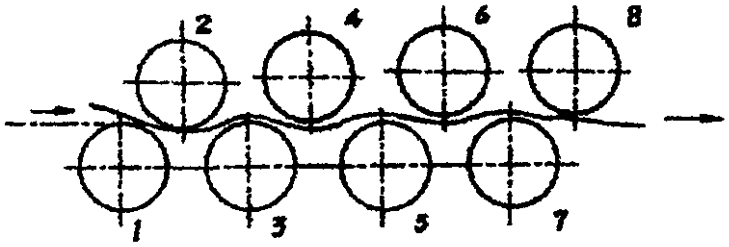


图 1 辊式矫正机示意图

它是应用多次弹塑性弯曲进行矫正轧件的设备。如图(1)所示。也可以用来矫拉、拨、挤、压等产品的纵弯和横断面扭曲。主要优点是便于机械化和自动化的连续性生产。但矫正水平挠曲和细小波纹的矫正质量较差。由于它的优点是主要的，故在轧钢生产中得到广泛的应用。例如：型钢辊式矫正机、钢板辊式矫正机等。

（3）、斜辊式矫正机：

主要适用于矫直圆形断面的轧件，基本型式有四种：即二辊式、多辊交错式、六辊式和 3—1—3 式[4]。如图（2）所示

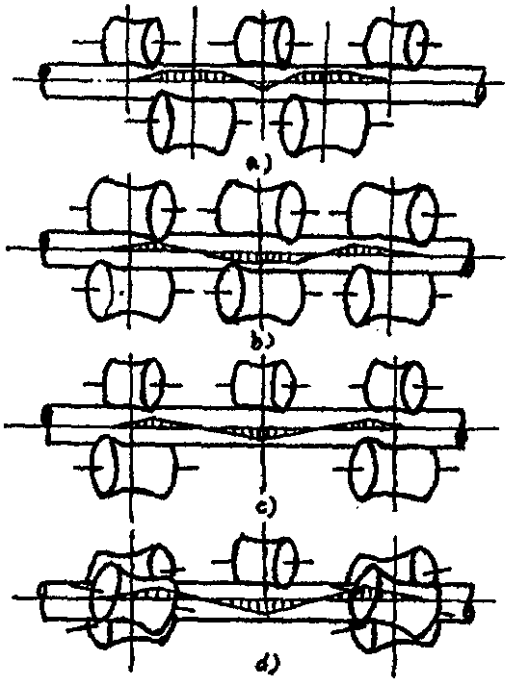


图 2　斜辊矫正机辊系配置示意图

1)、二辊式矫正机

二辊式矫正机属于高精度矫正设备，结构比较简单，品种比较单纯，辊子斜角调节范围小，有的二辊矫正机采用换辊制度而不需调斜角，操作容易，但矫正速度低。二辊式矫正机在技术发达国家都有系列产品出售，在规格上不断向大型化发展，操作上向自动化发展。

2)、多辊交错式矫正机

这种矫正机用来高速矫正符合出厂公差要求的棒材和管材。其两端达不到矫正，但是它们有不用导卫梁的优点。矫正速度可达到 300m/min，但通常是以 90m/min 以下的速度操作。

这种矫正机特别适宜于矫正由于应力—应变模数低而需要大挠曲的特殊铝合金棒材及厚壁管材的矫正，适应性很宽。

3)、六辊式矫正机

这种矫正机上、下辊都是驱动辊，因此咬入条件好，不但能矫直弯曲度，而且成对配置的两个辊子之间产生很大的压力，可以对管材椭圆度有圆整作用，并且可以借助辊子对管材的弹性压扁，达到椭圆度的矫直以及弯曲度的矫直。

这种矫正机其速度可达 300m/min，但通常以 120m/min 以下的速度操作，有时可用来矫正挤压的或拉拔的铝棒、黄铜棒或铜棒。然而它不可能把这些棒材的两端都矫得很直。

4)、3—1—3 式矫正机

这种矫正机的特点是咬入条件好，工作稳定，圆整性好，矫正鹅头弯的效果好。驱动辊两个，使传动得到简化；所有的调节辊都不驱动，使调节方便。通常用于矫正管材，而且不需要采用导卫梁，适宜于矫正直径范围大的管材。

上述各类矫直机的工作原理基本相同，即轧件在垂直于横断面的各个平面上发生弯曲，实现轧件一面旋转，一面前进，实现轧件纵向弯曲和垂直于横断面的椭圆度的矫正。

（4）、转毂矫正机：

转毂式矫正机属于一类小型矫直机，历史悠久，结构简单，制造容易，用于辅助性生产。用转毂的旋转代替圆材的旋转，孔模内交错布置使轧件在前进中要经受多次的反弯。斜辊式的转毂矫正机的原理也是一样的，各有其优缺点。除上述两种型式外，还有其它种类。转毂式矫正机在国内得到很好的应用，在技术发达国家则应用更广泛，已经系列化。如图（3）所示。

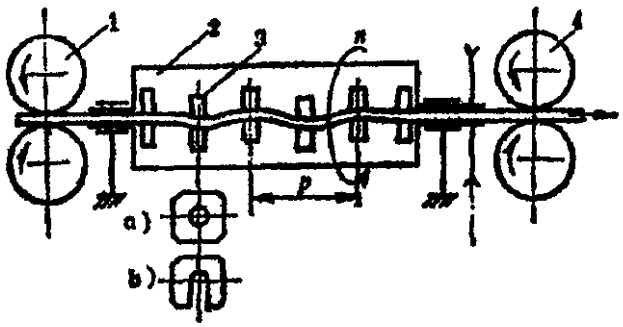


图 3　孔模式转毂矫正机简图

（1—选料辊　2—转毂　3—孔模　4—拉料辊）

2、应用弹塑性拉伸进行矫正

张力矫正机：在张力矫正机的两端设置张力装置，同时进行压矫。这种矫正机多用于薄带板材的生产线中。当矫正复杂断面轧件时，将需要过于复杂的设备和较多的能耗。

3、应用轧压原理进行矫正

这类矫正机也可以称为平整轧机，主要是对薄板进行小压下量（3%以下）的轧压，消除轧件挠曲，特别是瓢曲。这类平整轧机不易调整，矫正效果有时不理想，而且不适于矫正型钢。

4、应用弹塑性扭转进行矫正

这类矫正机主要用于矫较大局部变形的型钢。轧件被矫部分固定夹紧，进行反向扭转，达到矫正的目的。这是一种较特殊场合下才使用的方法。

§1-4 斜辊钢管矫直机矫直功率的研究现状及问题的提出

矫直机的最初出现是三点压力矫直机，为克服三点压力矫直机生产率低的缺点而出现了辊式矫直机，最初出现的辊式矫直机是矫正圆钢的两辊式矫直机，由于两辊式矫直机矫正速度低，不易矫直管材且需要导板，1914 年又开发成功了矫直速度高且可以矫直薄壁管的 2-1-2 型五辊矫直机，之后相继出现了 2-1-2-1、1-2-1-2-1 和 2-1-2-1-2 型等交错辊矫

直机，30 年代中期出现了可对管材断面形状进行矫正的 2-2-2 型六辊矫直机，并在此基础上开发了 2-2-2-1 型等对置辊矫直机，美国的 Sutton 公司于 1946 年发明了矫直大中径钢管的 3-1-3 型矫直机[54]。1989 年齐齐哈尔第一重型机械厂为大连钢厂设计了 2 台七辊矫正机，90 年 7 月在精整热处理分厂安装试车成功；我国首台六辊斜辊钢管矫直机 1993 年在太原重型机械集团公司试制成功，该机组是为国家重点工程——衡阳钢管厂高压锅炉生产线配套的关键设备，该机组可实现自动、半自动和手工操作，具有矫直精度高、矫直速度快、操作方便、便于维修等优点[5]；上海宝山钢铁公司无缝钢管厂引进英国 BRONX 工程公司制造的 6CR.9 型六辊矫直机于 94 年 4 月投入生产，实现了计算机辅助控制；德国 DEMAG 公司在引进消化英国 BRONX 工程公司矫直机的基础上，研制出计算机控制的全自动 2-2-2 型六辊斜辊钢管矫直机，它具有电动矫直辊的更换装置，整体结构简单，操作方便，在天津无缝钢管厂得到实际应用[6]。

2-2-2 型六辊斜辊钢管矫直机具有下述优点：

（1）、六辊斜辊式矫直机的六个矫直辊都是主动的，钢管本身不传递扭矩，可以保护管面；

（2）、六辊斜辊式矫直机辊间负荷均衡，三对矫直辊辊径相同，方向相反，并有较长的曲面对置，因此，矫直辊上的单位压力较小；

（3）、钢管在六辊斜辊矫直机上横向得到压扁矫正，在两个矫直辊的作用下容易压成椭圆形，实现圆度矫正而且应力分布均匀；

（4）、六辊纵向弯曲矫正时，中心偏移辊被其反向辊所支撑和平衡，支撑辊可防止钢管局部弯曲和应力分布不均。

因为该六辊斜辊钢管矫直机具有上述优点，故特别适用于矫直一般壁厚的管材和棒材。鉴于此，本文以六辊斜辊钢管矫直机作为研究对象。

关于斜辊钢管矫直机的研究，大多集中在矫直辊辊型曲线的研究上，对矫直功率研究尚不够深入，还没有形成系统的矫直功率研究。原苏联 A.M.马斯基列逊等著《管材矫直机》[8]对矫直功率的研究做了理论分析，实际应用有很大局限性；国内关于矫直功率的研究以崔甫著《矫直理论与参数计算》[3]一书为据，一般都基于矫直辊与钢管为点接触、只考虑了两个因素，即滚动摩擦和塑性变形所消耗的功率。而实际上矫直辊与钢管之间存在一定的线接触，即全接触，在接触线上的各点，钢管与矫直辊之间都存在有相对滑动，产生强烈的摩擦，亦需消耗较大的功率。本文以此为介入点，应用相对运动原理和曲面包络理论，通过对矫直辊辊型曲线和接触线方程的建立，分析矫直辊与钢管之间的相对滑动，确定相对滑动速度的变化规律，推导出相对滑动速度公式，从而建立矫直功率的计算公式，为矫直机的设计和使用提供依据。

第二章 矫直理论分析

§2-1 矫直原理

斜辊钢管矫直机在矫直钢管过程中，钢管均受到纵向反复弯曲和横向反复压扁的综合作用，使钢管的直度和圆度得到矫直。斜辊钢管矫直机将两种矫直方法有机的结合在一起，在矫直时使钢管表层金属纤维进入全塑状态，产生正反应力而获得矫直效果[7]。

1、弯曲矫直分析：

弯曲矫直借助中间一对矫直辊使钢管向轴向偏移，偏移值大小与钢管尺寸、矫直辊间距和矫直辊配置有关，但对作用在钢管上的力使之超出屈服点的应力十分重要。矫直辊的排列和钢管在矫直过程中的受力状况和偏移量如图（4）所示。

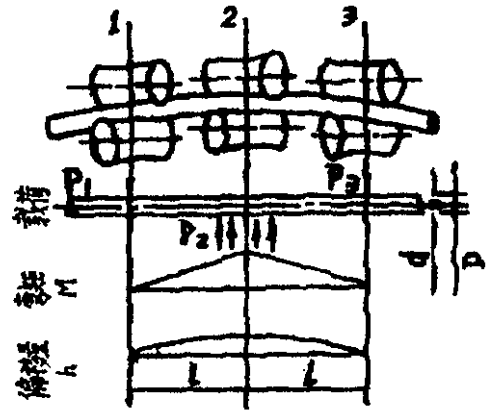


图 4 弯曲力矩与偏移量

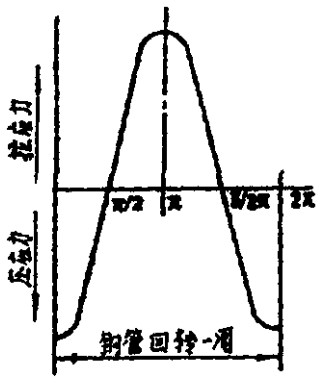


图 5 弯曲矫直应力分布状态

钢管在第一和第三对矫直辊中，受集中力的作用，在第

二对矫直辊中受分布力的作用。因为有偏移量，从第一至第三对矫直辊通过的钢管在第二对矫直辊中必然受到最大力矩的作用。

矫直时，由于施加纵向弯曲，材料每单元的边缘均受压。当进入塑性状态，钢管每回转半周时产生的拉应力和压应力量不等。每回转一周，应力呈正弦曲线状态分布。如图（5）所示。

由于压扁矫直时，三对矫直辊均将钢管压成椭圆形，使金属进入塑性状态，因此在弯曲矫直时，若不施以满负荷即不使钢管产生较大的曲率，也有可能获得弯曲矫直的效果。

2、压扁矫直分析

钢管在对置辊的腰圆处，调整此间距，使其小于外径，压扁成为椭圆。钢管在两矫直辊力的作用下，与矫直辊接触受压的地方进入塑性状态，其外边缘产生压应力，内边缘产生拉应力；同时，在离钢管与矫直辊接触点的地方回转 90° 角处，钢管外边缘产生拉应力，内边缘产生压应力。如图（6）所示。

压扁矫直时，从钢管外表层到内表层均受力，产生的应力从拉应力到压应力，其量不等，外表层受压产生的压应力远大于拉应力；内表层产生的拉应力远大于压应力。出现这种现象是因为钢管受压变成椭圆时与钢管接触点处产生的应

力约大于$1\frac{3}{4}$倍，这种现象的应力分布状态如图（7）所示。

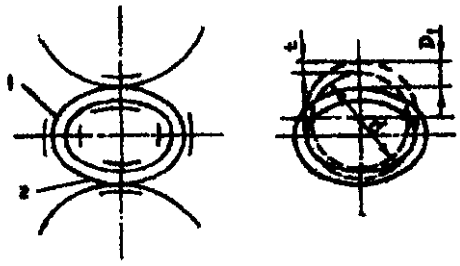


图 6 压扁矫直受力状态和压扁量

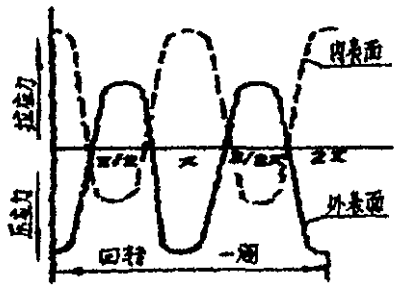


图 7 压扁矫直应力分布状态

由于压扁矫直产生的拉应力和压应力不等，因此，为了获得较好的矫直效果，还必须同时进行弯曲矫直，使应力得以平衡。

3、螺旋接触带

当钢管压扁进入塑性状态，必然产生以最大的拉应力到最大的压应力的反向应力。为了得到这种应力状态，必须考虑到钢管与矫直辊接触区的螺旋形塑性变形，即必须建立螺旋接触带与轧辊倾角、轧辊数量和轧辊间距等的关系，考虑到沿钢管全长完全被螺旋接触带所覆盖。

斜辊矫直机螺旋接触带的形成可先从第一对辊上看出。当钢管经过一段矫直时则沿钢管全长压成螺旋接触带。此螺旋接触带的宽度是矫直辊长度的函数。如图（8）所示。根据经验知道，这个接触带的宽度近似等于矫直辊与钢管接触长度的$\frac{2}{3}$。

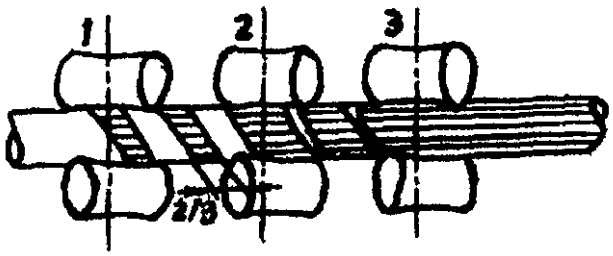


图 8 螺旋接触带覆盖情况

为了使钢管每单元均受压，钢管经过每对辊均要形成螺旋接触带。第二对辊产生的螺旋接触带要与第一对辊产生的螺旋接触带搭接，第三对辊产生的螺旋接触带要与第二对辊产生的螺旋接触带搭接，这样，被矫直的钢管将沿全长完全被螺旋接触带所覆盖。因此，使管材每单元均受到压扁，产生叠加椭圆效应，获得矫直效果。

§2-2 弹塑性弯曲的弯矩与塑弯比

考虑线性强化影响，材料的特征曲线如图（9）所示[3]。

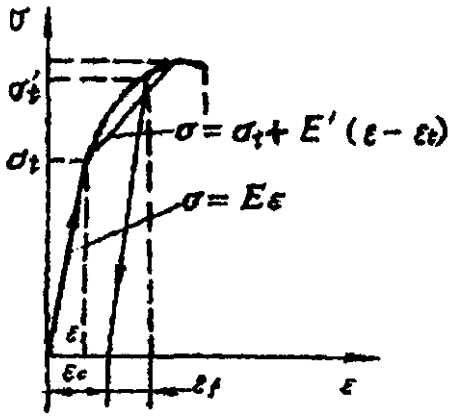


图 9 线性强化材料的特征曲线

1、理想金属材料的弯矩

(1)、圆形断面材料

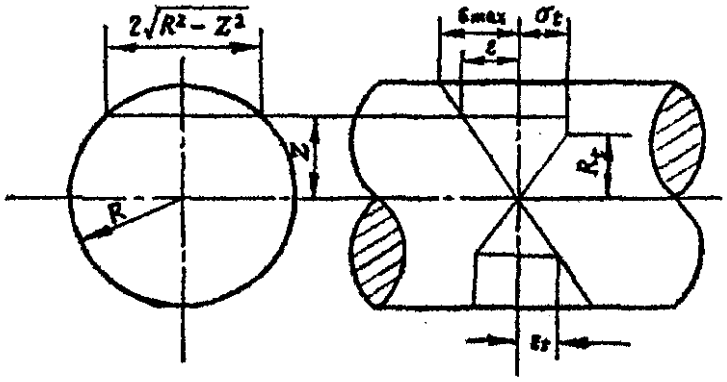


图 10　圆材弯曲应力与应变

圆形断面材料弯曲时，可按图（10）所示的应力应变模型求出弯矩。

其弯矩为：

$$M=2\int_0^{R_t}2\sqrt{R^2-z^2}\sigma z dz+2\int_{R_t}^{R}2\sqrt{R^2-z^2}\sigma_t z dz$$

将 $\sigma=\sigma_t z/R_t$ 代入上式，积分后将 $\zeta=R_t/R$ 代入并整理，得：

$$M=M_t\frac{4}{\pi}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2\zeta}\arcsin\zeta]$$

式中　$M_t=\pi R^3\sigma_t/4$。　M_t -- 弹性极限弯矩　　ζ -- 弹区比

其塑弯比为：

$$\overline{M}=\frac{M}{M_t}=\frac{4}{\pi}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]$$

$\overline{M}-\zeta$ 曲线如图（11）所示：

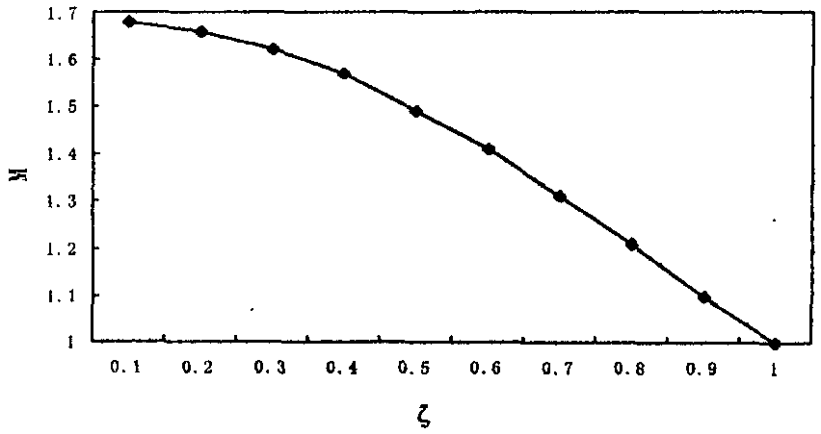


图11 圆材的$\overline{M}$—ζ关系曲线

当$\zeta \to 0$时， $\arcsin\zeta = \zeta$， 故最大塑弯比为

$$\lim_{\zeta \to 0} \overline{M} = \frac{16}{3\pi} = 1.7$$

则最大弯矩为： $\overline{M}_{max} = 1.7M_t$

（2）、管形断面材料

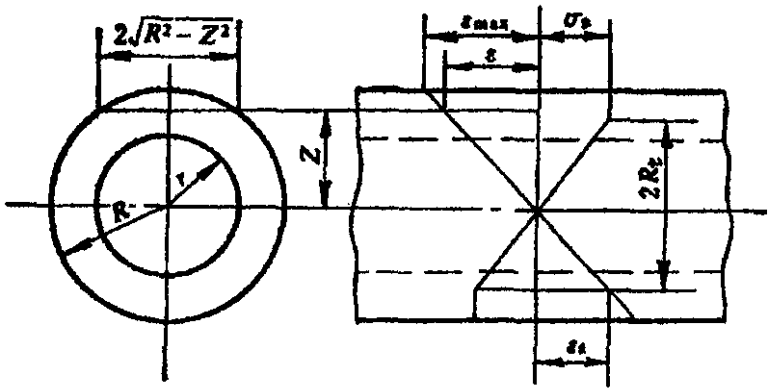


图 12 管材弯曲应力与应变

管材弯矩的计算与圆材相似，用大圆断面的弯矩减去小圆

断面的弯矩即可求出管材的弯矩。但须分成两种情况来计算：首先是小圆无塑性变形，其次是小圆有塑性变形。

(a)、小圆无塑性变形

按图（12）所示可知，$r<R_t<R$，先求大圆弯矩，再求小圆弯矩，两弯矩相减，即得到管材弯矩。其表达式为：

$$M=\frac{\pi}{4}R^3\sigma_t[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]\frac{4}{\pi}-\frac{\pi}{4}r^3\sigma$$

将 $\sigma=\sigma_t r/R_t=\sigma_t a/\zeta$ 及管径比 $a=r/R$ 代入上式，得：

$$M=\frac{\pi}{4}R^3(1-a^4)\sigma_t\frac{1}{1-a^4}\{\frac{4}{\pi}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]-\frac{a^4}{\zeta}\}$$

由于 $M_t=\pi R^3(1-a^4)\sigma_t/4$，故上式可写成：

$$M=M_t\frac{1}{1-a^4}\{\frac{4}{\pi}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]-\frac{a^4}{\zeta}\}$$

则塑弯比为：

$$\overline{M}=\frac{1}{1-a^4}\{\frac{4}{\pi}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]-\frac{a^4}{\zeta}\}$$

(b)、小圆有塑性变形

按图（12）所示可知，当 R_t 深入到 r 以内，并改用 r_t 表示时，即 $0>r_t>r$。若令大小圆的弹区比分别用 ζ 和 ζ_0 表示，则管材弯矩表达式为：

$$M=\frac{\pi}{4}R^3(1-a^4)\sigma_t\{\frac{4}{\pi}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]-$$
$$\frac{4a^3}{\pi}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta_0^2}{3})(1-\zeta_0^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta_0}{2\zeta_0}]\}\frac{1}{1-a^4}$$

由于 $\zeta_0=r_t/r=\zeta/a$，代入上式，得

$$M=\frac{\pi}{4}R^3(1-a^4)\sigma_t\{[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}-$$
$$(\frac{5}{6}a^2-\frac{\zeta^2}{3})(a^2-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}-\frac{\arcsin(\zeta/a)}{2\zeta}a^4]\frac{4}{\pi(1-a^4)}\}$$

即：
$$M=M_t\frac{4}{\pi(1-a^4)}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}-$$
$$(\frac{5}{6}a^2-\frac{\zeta^2}{3})(a^2-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}-\frac{\arcsin(\zeta/a)}{2\zeta}a^4]$$

故塑弯比为：
$$\overline{M}=\frac{4}{\pi(1-a^4)}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}-$$
$$(\frac{5}{6}a^2-\frac{\zeta^2}{3})(a^2-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}-\frac{\arcsin(\zeta/a)}{2\zeta}a^4]$$

$\overline{M}-\zeta$ 曲线如图（13）所示：

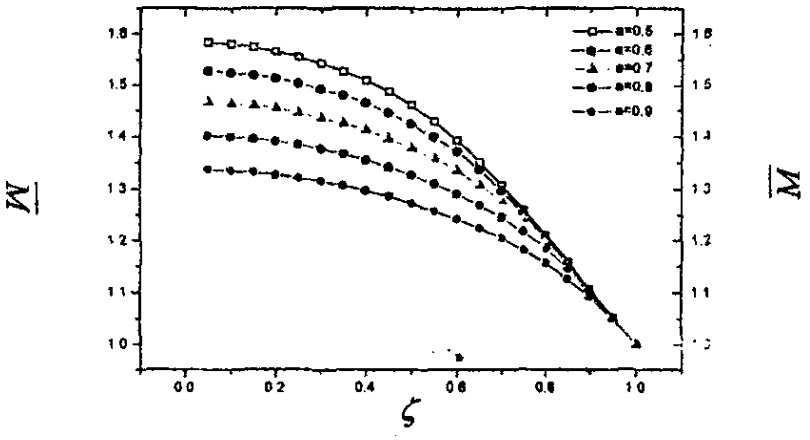


图13 管材的$\overline{M}-\zeta$关系曲线

当 $\zeta \to 0$ 时，$\arcsin\zeta = \zeta$，$\arcsin(\zeta/a) = \zeta/a$

故得：

$$\overline{M}_{max} = 1.7\frac{1-a^3}{1-a^4}$$

2、强化金属材料的弯矩

(1)、圆形断面材料

根据塑弯比强化法则：$\overline{M_\lambda} = \overline{M} - \lambda\overline{M} + \frac{\lambda}{\zeta} = \overline{M}(1-\lambda) + \frac{\lambda}{\zeta}$

则圆材塑弯比为：$\overline{M_\lambda} = (1-\lambda)\frac{4}{\pi}[(\frac{5}{6} - \frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}] + \frac{\lambda}{\zeta}$

其强化弯矩为：$M_\lambda = \overline{M}_\lambda M_t = \frac{\pi}{4}R^3\sigma_t\overline{M_\lambda}$

将 $1+\lambda(\frac{1}{\zeta}-1) = \zeta$ 代入，可求出最大塑弯比为：

$$\overline{M}_{\lambda max} = 0.7(1-\lambda) + \zeta$$

(2)、管形断面材料

管材弯矩的计算可用大圆断面的弯矩减去小圆断面的弯矩获得。

§2-3 弹塑性弯曲的变形能分析

1、一次弯曲的变形能

材料弯曲时外力作功的一部分用于弹性变形，另一部分用于塑性变形，还有一小部分变成热量而散失；塑性变形能与弹性变形能可分开计算获得。下面用变形与应力关系的积分来计算变形能。图（14）为圆材弹塑性变形分离模型

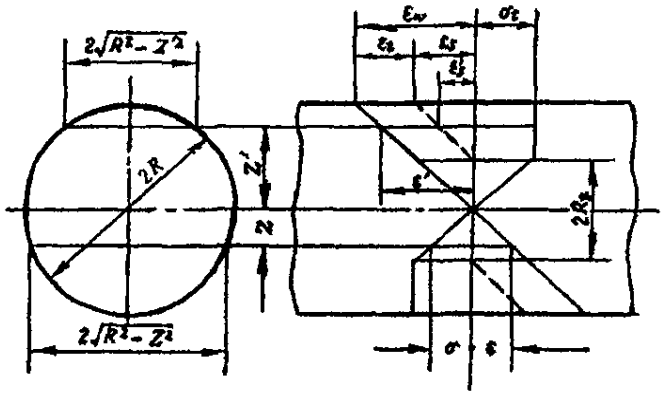


图 14　　圆材弹塑性变形分离模型

弹性变形能的积分表达式为：

$$u_t = 2\int_0^{R_t} 2\sqrt{R^2 - Z^2}\,\frac{\varepsilon\sigma}{2}dz + 2\int_{R_t}^{R} 2\sqrt{R - Z'^2}\,\frac{\varepsilon_t\sigma_t}{2}dz'$$

将 $\sigma = \sigma_t z / R_t$　　$\varepsilon = \varepsilon_t \cdot z / R_t$ 代入上式

$$u_t = \frac{R^2\sigma_t^2}{E}\left[\left(\frac{\zeta}{2} - \frac{1}{4\zeta}\right)(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{\arcsin\ \zeta}{4\zeta^2}\right] + \frac{R^2\sigma_t^2}{E}$$

$$\left[\frac{\pi}{2} - \zeta(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}} - \arcsin\ \zeta\right]$$

$$= \frac{R^2\sigma_t^2}{E}\left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\zeta}{2} + \frac{1}{4\zeta}\right)(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{4\zeta^2} - 1\right)\arcsin\zeta\right]$$

塑性变形能的积分表达式为：

$$u_s = 2\int_{R_t}^{R} 2\sqrt{R^2 - z'^2}(\varepsilon' - \varepsilon_t)\sigma_t dz'$$

$$= 4\int_{R_T}^{R}\sqrt{R^2 - z'^2}\frac{\varepsilon_t}{R_t}\sigma_t z' dz' - 4\int_{R_t}^{R}\sqrt{R^2 - z'^2}\varepsilon_t\sigma_t dz'$$

则 $$u_s = \frac{R^2\sigma_t^2}{E}\cdot\frac{4(1-\zeta^2)^{3/2}}{3\zeta} - \frac{2R^2\sigma_t^2}{E}[\frac{\pi}{2} - \zeta(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}} - \arcsin\zeta]$$

$$= \frac{R^2\sigma_t^2}{E}[\frac{2}{3}(\frac{2}{\zeta} + \zeta)(1-\zeta^2)^{1/2} - \pi + 2\arcsin\zeta]$$

总弯曲变形能为：

$$u = u_t + u_s = \frac{R^2\sigma_t^2}{E}[(\frac{13}{12\zeta} + \frac{\zeta}{6})(1-\zeta^2)^{1/2} - \frac{\pi}{2} + (1 + \frac{1}{4\zeta^2})\arcsin\zeta]$$

2、旋转弯曲的变形能

为分析上的方便，取单位长度圆材在弹性塑弯曲状态下旋转一周，求出所需之能量。按图（15）所示旋转断面的瞬时应力应变模型，旋转一周后，在断面上形成弹塑性变形的环形区，其宽度在R_t到R两个半径间。R_t以内的圆面积为纯弹性变形区。在这个区域内弹性变形将随着断面旋转，一边增加，一边弹回。每条纵向纤维转完一周所消耗的能量和所反馈的能量是相等的。因此转后的弯曲状态就是它的弹性变形的耗能状态，它同一次弯曲的弹性变形能相同。而塑性变形，以微小面积 dA 来说，由零位转到$\pi/2$时，设为逐渐拉伸过程；由$\pi/2$转到π时，将是它的弹性变形部分部分得到恢复，

塑性变形部分被残留下来的过程。由π转到$3\pi/2$时，将是它的逐渐压缩过程；由$3\pi/2$到2π时，将是弹性压缩得到恢复、塑性压缩被残留下来的过程。因此，旋转一周之后，纯消耗的能量是塑性变形能。

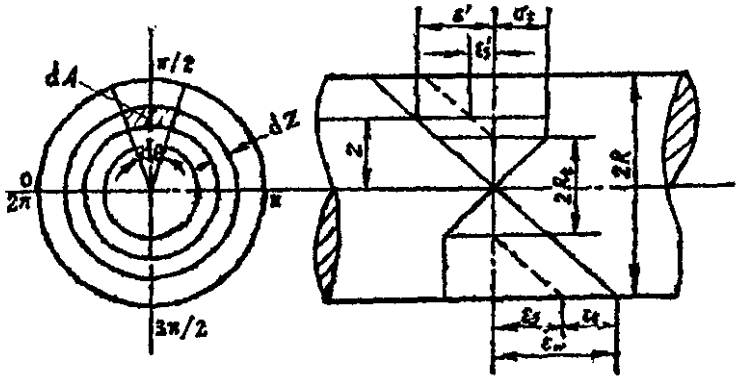


图 15　旋转弯曲弹塑性变形的分离模型

据上述分析，旋转弯曲的弹性变形能由下式求出：

$$u_t=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}[\frac{\pi}{2}-(\frac{\zeta}{2}+\frac{1}{4\zeta})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+(\frac{1}{4\zeta^2}-1)\arcsin\zeta]$$

旋转弯曲的塑性变形能的积分表达式为：

$$u_{ss}=2\int_0^A\varepsilon_s'\sigma_t dA=s\int_0^A(\varepsilon'-\varepsilon_t)\sigma_t dA$$

$$=2\int_0^{\pi}\int_{R_t}^{R}(\varepsilon'-\varepsilon_t)\sigma_t z dz d\theta$$

将$\varepsilon'=\varepsilon_t z/R_t$代入上式，积分整理后，得

$$u_{ss}=\frac{2\pi R^2\sigma_t^2}{3E}\cdot\frac{2-3\zeta+\zeta^2}{\zeta}$$

压弯之后旋转的总变形能为：

$$u_x = u_t + u_{xs}$$

$$= \frac{R^2\sigma_t^2}{E}[\frac{\pi}{2} - (\frac{\zeta}{2} + \frac{1}{4\zeta})(1-\zeta^2)^{1/2}$$

$$+ (\frac{1}{4\zeta^2} - 1)\arcsin\zeta] + \frac{2\pi R^2\sigma_t^2}{3E} \cdot \frac{2-3\zeta+\zeta^3}{\zeta}$$

$$= \frac{R^2\sigma_t^2}{E}[\frac{2\pi}{3}(\frac{2}{\zeta} - \frac{9}{4} + \zeta^2) - (\frac{\zeta}{2} + \frac{1}{4\zeta})$$

$$\times (1-\zeta^2)^{1/2} + (\frac{1}{4\zeta^2} - 1)\arcsin\zeta]$$

当旋转次数为 n 时，总变形能为：$u_{x\Sigma} = u_t + nu_{xs}$

3、强化的弯曲变形能

（1）、圆形断面的一维弯曲：

讨论强化金属材料的一维弯曲变形能只须求出其一次弯曲变形能即可。

弹性变形能的积分表达式为：

$$u_{t\lambda} = 2\int_0^{R_t} 2\sqrt{R^2 - z^2}\frac{\sigma\varepsilon}{2}dz$$

$$+ 2\int_{R_t}^{R} 2\sqrt{R^2 - Z'^2}\frac{\sigma_t'\varepsilon_t'}{2}dz'$$

将 $\sigma = \frac{\sigma_t z}{R_t}$ $\varepsilon = \frac{\varepsilon_t z}{R_t}$ $\sigma_t' = \sigma_t[1 + \lambda(\frac{Z'}{R_t} - 1)]$ $\varepsilon_t' = \varepsilon_t[1 + \lambda(\frac{Z'}{R_t} - 1)]$ 代入上式得：

$$u_{t\lambda} = 2\int_0^{R_t} \frac{\sigma_t\varepsilon_t}{R_t^2}\sqrt{R^2 - z^2}z^2dz$$

$$+2\int_{R_t}^{R}\sigma_t\varepsilon_t[1+\lambda(\frac{z'}{R_t}-1)]^2 \times\sqrt{R^2-z'^2}dz'$$

$$=\frac{2\sigma_t^2}{ER_t^2}\int_0^{R_t}\sqrt{R^2-z^2}z^2dz+\frac{2\sigma_t^2}{E}(1-\lambda)^2 \times\int_{R_t}^{R}\sqrt{R^2-z'^2}dz'$$

$$+\frac{4\sigma_t^2}{ER_t}\lambda(1-\lambda)\int_{R_t}^{R}\sqrt{R^2-z'^2}z'dz'$$

$$+2\frac{\sigma_1^2}{ER_t^2}\lambda^2\int_{R_t}^{R}\sqrt{R^2-z'^2}z'^2dz'$$

其中，第一项为：

$$u_{t\lambda 1}=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}[(\frac{\zeta}{2}-\frac{1}{4\zeta})(1-\zeta^2)^{1/2}+\frac{\arcsin\zeta}{4\zeta^2}]$$

第二项为：

$$u_{t\lambda 2}=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}[\frac{\pi}{2}-\zeta(1-\zeta)^{1/2}-\arcsin\zeta](1-\lambda)^2$$

第三项为：

$$u_{t\lambda 3}=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}\lambda(1-\lambda)\frac{4(1-\zeta^2)^{3/2}}{3\zeta}$$

第四项为：

$$u_{t\lambda 4}=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}[\frac{\pi}{8\zeta^2}-(\frac{\zeta}{2}-\frac{1}{4\zeta})(1-\zeta^2)^{1/2}-\frac{\arcsin\zeta}{4\zeta^2}]$$

故 $u_{t\lambda}=u_{t\lambda 1}+u_{t\lambda 2}+u_{t\lambda 3}+u_{t\lambda 4}$

各项代入后，得

$$u_{t\lambda}=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}\{[(\frac{\zeta}{2}-\frac{1}{4\zeta})(1-\zeta^2)^{1/2}+\frac{\arcsin\zeta}{4\zeta^2}](1-\lambda^2)$$

$$+[\frac{\pi}{2}-\zeta(1-\zeta^2)^{1/2}-\arcsin\zeta](1-\lambda)^2$$

$$+\frac{4(1-\zeta^2)^{3/2}}{3\zeta}\lambda(1-\lambda)+\frac{\pi\lambda^2}{8\zeta^2}\}$$

塑性变形能的积分表达式为：

$$u_{s\lambda}=2\int_{R_t}^{R}2\sqrt{R^2-z'^2}\sigma_t'\varepsilon_s'dz'$$

将 $\sigma_t'=\sigma_t[1+\lambda(\frac{z'}{R_t}-1)]$　　$\varepsilon_s'=\sigma_t(1-\lambda)(\frac{z'}{R_t}-1)/E$ 代入

得：

$$u_{s\lambda}=4\frac{\sigma_t^2}{E}(1-\lambda)\int_{R_t}^{R}\sqrt{R^2-z'^2}\times[(1-2\lambda)\frac{z'}{R_t}-(1-\lambda)+\lambda\frac{z'^2}{R_t^2}]dz'$$

其中第一项为：

$$u_{s\lambda1}=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}(1-\lambda)(1-2\lambda)\frac{4(1-\zeta^2)^{3/2}}{3\zeta}$$

第二项为：

$$u_{s\lambda2}=-\frac{R^2\sigma_t^2}{E}[\pi-2\zeta(1-\zeta^2)^{1/2}-2\arcsin\zeta](1-\lambda)^2$$

第三项为：

$$u_{s\lambda3}=u_{t\lambda4}\frac{2(1-\lambda)}{\lambda}$$

$$=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}[\frac{\pi}{4\zeta^2}-(\zeta-\frac{1}{2\zeta})(1-\zeta^2)^{1/2}-\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta^2}]\lambda(1-\lambda)$$

故　　$u_{s\lambda}=u_{s\lambda1}+u_{s\lambda2}+u_{s\lambda3}$

$$=\frac{R^2\sigma_t^2}{E}\{(1-2\lambda)\frac{4(1-\zeta^2)^{3/2}}{3\zeta}$$

$$-(1-\lambda)[\pi-2\zeta(1-\zeta^2)^{1/2}-2\arcsin\zeta]$$

$$+\lambda[\frac{\pi}{4\zeta^2}-(\zeta-\frac{1}{2\zeta})(1-\zeta^2)^{1/2}-\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta^2}]\}(1-\lambda)$$

总变形能为： $u_\lambda = u_{t\lambda} + u_{s\lambda}$

上述弯曲反复进行 n 次时，皆须乘以 n。当然全长度变形能也都要乘以 n。

（2）、圆形断面旋转弯曲：

塑性变形能的积分表达式为：

$$u_{xs\lambda} = 2\int_0^A \varepsilon_s' \sigma_t' dA = 2\int_0^{2\pi}\int_{R_t}^R \varepsilon_s' \sigma_t' z' dz' d\theta$$

$$= 4\pi\int_{R_t}^R \varepsilon_s' \sigma_t' z' dz'$$

将 ε_s' 及 σ_t' 表达式代入，得：

$$u_{xs\lambda} = 4\pi\sigma_t\varepsilon_t\int_{R_t}^R [1+\lambda(\frac{z'}{R_t}-1)]\times(1-\lambda)(\frac{z'}{R_t}-1)z'dz'$$

$$= 4\pi\frac{\sigma_t^2}{E}(1-\lambda)\int_{R_t}^R[(1-2\lambda)\frac{z'^2}{R_t}-(1-\lambda)z'+\lambda\frac{z'^3}{R_t^2}]dz'$$

其中第一项为：

$$u_{xs\lambda 1} = 4\pi\frac{\sigma_t^2}{ER_t}(1-\lambda)(1-2\lambda)\int_{R_t}^R z'dz'$$

$$= \frac{4\pi\sigma_t^2}{3E}R^2(\frac{1}{\zeta}-\zeta^2)(1-\lambda)(1-2\lambda)$$

第二项为：

$$u_{xs\lambda 2} = 4\pi\frac{\sigma_t^2}{E}(1-\lambda)(\lambda-1)\int_{R_t}^R z'dz'$$

$$=\frac{2\pi\sigma_t^2}{E}R^2(\zeta^2-1)(1-\lambda)^2$$

第三项为：

$$u_{xs\lambda 3}=4\pi\frac{\sigma_t^2}{E}(1-\lambda)\frac{\lambda}{R_t^2}\int_{R_t}^{R}z'^2\,dz'$$

$$=\frac{\pi\sigma_t^2}{E}R^2(1-\lambda)\lambda(\frac{1}{\zeta^2}-\zeta^2)$$

故 $u_{xs\lambda}=u_{xs\lambda 1}+u_{xs\lambda 2}+u_{xs\lambda 3}$

$$=\frac{4\pi R^2\sigma_t^2}{E}(1-\lambda)(\frac{2-\lambda}{12}\zeta^2-\frac{1-\lambda}{2}+\frac{1-2\lambda}{3\zeta}+\frac{\lambda}{4\zeta^2})$$

压弯后旋转一周的变形能为 $u_{x\lambda}=u_{t\lambda}+u_{xs\lambda}$，式中 $u_{t\lambda}$ 由一次弯曲弹性变形能求出。当压弯后旋转 n 周时，总变形能为 $u_{x\lambda\Sigma}=u_{t\lambda}+mu_{xs\lambda}$

管材的弯曲变形能可用大圆的变形能减去小圆变形能的方法进行计算获得。

§2-4 斜辊矫直运动关系分析

如图（16）所示为管材与矫直辊的运动关系示意图

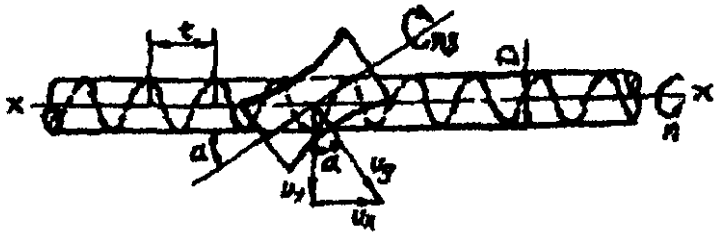


图 16 圆材与矫直辊的运动关系

圆材旋转前进时的导程为：$t=\pi D\mathrm{tg}\alpha$

其中：D—圆材直径

α—矫直辊与圆材的倾斜角。

矫直辊的倾斜角α越大，圆材的轴向分速度V_x越大，导程t也越大，矫直质量越降低。要保证矫直质量，至少应使接触区长度J大于一个导程，$J\geq t$，即$J\geq t=\pi D\mathrm{tg}\alpha$

导程t被限定以后，矫直速度V_x与圆材的转速n成正比

即：$$V_x=\frac{1}{60}nt\leq\frac{1}{60}nJ$$

式中n受甩尾及噪声的限制取值不宜过大。圆材原始弯曲越大、圆材越细长，则n值越要小。

矫直辊的转速由$\frac{V_x}{\sin\alpha}=V_g=\frac{\pi D_g n_g}{60}$即可求出，得：

$$n_g=\frac{60V_x}{\pi D_g\sin\alpha}\leq\frac{nJ}{\pi D_g\sin\alpha}\qquad(\because V_x\leq\frac{nJ}{60})$$

D_g—矫直辊直径

n —管材转速

由上面分析可看出，当α角在被限定条件下，D_g、V_x确定之后，n_g就为定值，但由$J\geq t=\pi D\mathrm{tg}\alpha$可知，$\alpha$只许减小，不许加大，故$n_g$只允许随$\alpha$的减小而加大，不允许随α的增大而减小。

圆材的转速为：$n=\frac{60V_x}{\pi D\mathrm{tg}\alpha}$

§2-5 计算参数分析

1、矫直辊倾斜角 α

在矫直辊转速确定以后,矫直速度与矫直辊倾斜角的关系为：$V_x = V_g \sin\alpha$，α角的调节范围不可能达到 90°，α角只能为锐角。

若圆材的转速为 n 时，$\because V_x \le nJ/60$

$$\therefore \sin\alpha \le \frac{nJ}{60V_g}$$

又 $\because J \ge t = \pi D tg\alpha$

$$\therefore tg\alpha \le \frac{J}{\pi D}$$

上面两式表明：矫直辊倾斜角在限定的范围内进行调节时，要与圆材直径成反比 。

如图（17）所示为圆材直径与矫直辊倾斜角的关系示意图

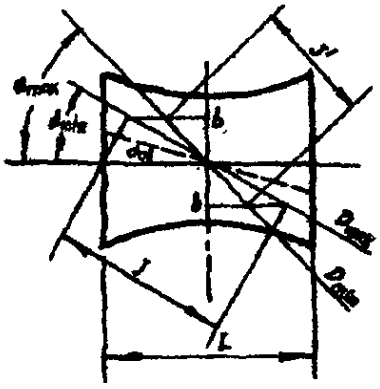


图 17 圆材直径与矫直辊倾斜角的关系

假设粗圆材与矫直辊的接触线用 D_{max} 标记，细圆材用 D_{min} 标记，接触线长度分别用 J 和 J' 表示。

矫直辊母线(图中虚线)与轴线夹角为α_0，在两个包角的弦长 bb 相等的情况下，其几何关系为：

$$J'=J\frac{\sin\alpha_{min}}{\sin\alpha_{max}}$$

又 ∵ $tg\alpha_{max}=\frac{J'}{\pi D_{min}}$，　$tg\alpha_{min}=\frac{J}{\pi D_{max}}$

则 $\frac{D_{max}}{D_{min}}=\frac{tg\alpha_{max}\sin\alpha_{max}}{tg\alpha_{min}\sin\alpha_{min}}$

据统计数据，圆材直径在一台矫直机上的变化范围不超过 5 倍，即$D_{max}/D_{min}\le 5$，按$t\le J$ 的要求，即 $\pi Dtg\alpha\le l\cos\alpha$，可得最大$\alpha$角的方程式：

$$\sin^2\alpha_{max}+\frac{\pi D}{l}\sin\alpha_{max}-1=0$$

在管径D、辊长l为定值时，可求得α_{max}，从而可求得α_{min}，由此确定出矫直辊的倾斜角：

$$\alpha_{min}\le\alpha\le\alpha_{max}$$

2、接触区长度 J

矫直对辊型的要求是尽量扩大圆材与矫直辊接触区的长度，而且在接触区内尽量使弯曲曲率一致，做到等曲率接触，按现在普遍采用的双曲线辊型，只能做到直线接触而不能作到等曲率接触，这样，为获得较好的矫直效果，在接触区内就需旋转一周以上，即接触区长度大于一个导程($J\ge t$)，此即为接触区长度准则：

$$J\ge t=\pi Dtg\alpha$$

设圆材直径为D，辊身长度为l，矫直辊倾斜角为α，可得出下面的近似关系：　$J=l\cos\alpha$

3、压紧辊与圆材的接触宽度 b

在验算现有矫直机时，可根据压紧辊的磨损带加以测算；在设计矫直机时，其接触带宽度根据经验可取 $b=(0.1\sim0.2)\ l$

4、塑弯区总长度 S_d

圆材弯曲塑性区的分布规律：

如图（18）所示

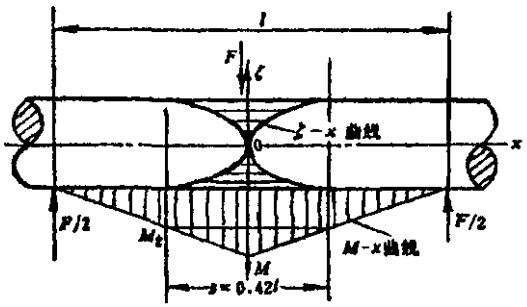


图 18　圆材的 M-x 与 ζ-x 曲线

按内外力弯矩的平衡条件可知：

$$M_x=\frac{F}{2}(\frac{l}{2}-x)=M_t\frac{4}{\pi}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]$$

故　　$$x=\frac{l}{2}-\frac{M_t}{F}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]\frac{8}{\pi}$$

这是一条类似立方抛物线的 $\zeta-x$ 曲线，它随 l 及 F 值的改变而改变。假设使材料中点受力最大，即达到极限弹塑性弯矩时，则

$$(M_x)_{x=0}=M_{max}=\frac{1}{4}F_{max}l=1.7M_t$$

$$\therefore\quad F_{max}=\frac{6.8}{l}M_t$$

则　　$$x=\frac{l}{2}\{1-\frac{3}{4}[(\frac{5}{6}-\frac{\zeta^2}{3})(1-\zeta^2)^{\frac{1}{2}}+\frac{\arcsin\zeta}{2\zeta}]\}$$

这是一条在材料中点产生“塑性胶”的塑性区分布规律的曲线，即图中的$\zeta-x$曲线。给出一些参考点的坐标如下：

X	$0.21l$	$0.14l$	$0.08l$	$0.039l$	$0.01l$	0
ζ	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0

在最大载荷下，极限弹性弯曲M_t发生在

$$x=\frac{l}{2}-\frac{2M_t}{F_{max}}=\frac{l}{2}-\frac{l}{3.4}=0.21l \text{ 处}$$

即材料中点两侧$0.21l$范围内为塑性变形区，用 S 表示，$S=0.42l$。在这种载荷作用下，在塑性区内各截面的塑弯比$\overline{M_x}$的变化规律为：

$$\overline{M_x}=\frac{M_x}{M_t}=\frac{\frac{F_{max}}{2}(\frac{l}{2}-x)}{F_{max}l/6.8}=1.7-3.4\frac{x}{l}$$

由此可知，$\overline{M_x}$与 x 为线性关系，如图(18)所示。

等效接触区长度的确定：如图(19)所示

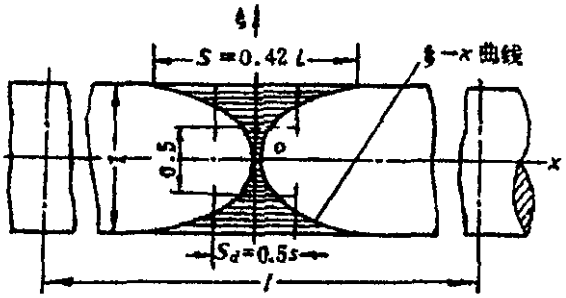


图 19　等效接触区长度

等效接触区塑性变形面积（$S'_d\times0.5d$）与两条$\zeta-X$曲线间的面积（影线部分）大致相等。则　$S'd=0.5S=0.21l$

故对于六辊斜辊矫直机塑弯区总长度S_d为：

$$S_d=J+0.21P$$　　其中：P—辊距

§2-6 辊型曲线数学分析及相对滑动速度推导

1、辊型曲线的数学分析

（1）、建立圆柱面族的方程：

如图（20）所示

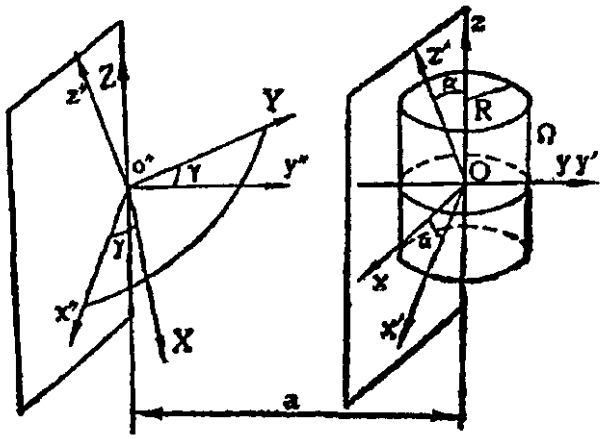


图 20 坐标系的建立

圆柱面Ω在坐标系 Oxyz 中的方程为：$x^2+y^2=R^2$

在坐标系 o x' y' z' 的方程为：$(x'\cos\alpha+z'\sin\alpha)^2+y'^2=R^2$

其中：$\begin{cases} x=x'\cos\alpha+z'\sin\alpha \\ y=y' \\ z=-x'\sin\alpha+z'\cos\alpha \end{cases}$

在坐标系 O" x" y" z" 中的方程为：

$$(x''\cos\alpha+z''\sin\alpha)^2+(y''-a)^2=R^2$$

其中：

$$\begin{cases} x'=x'' \\ y'=y''-a \\ z'=z'' \end{cases}$$

在坐标系 O' XYZ 中的方程为：

$$[(X\cos\gamma - Y\sin\gamma)\cos\alpha + Z\sin\alpha]^2 + (X\sin\gamma + Y\cos\gamma - a)^2 = R^2$$

其中：$\begin{cases} x'' = X\cos\gamma - Y\sin\gamma \\ y'' = X\sin\gamma + Y\cos\gamma \\ z'' = Z \end{cases}$

展开后得：

$$X^2\cos^2\alpha\cdot\cos^2\gamma + Y^2\cos^2\alpha\sin^2\gamma + Z^2\sin^2\alpha - 2XY\cos^2\alpha\cdot\sin\gamma\cdot\cos\gamma$$
$$+2XZ\sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma - 2YZ\sin\alpha\cos\alpha\sin\gamma + X^2\sin^2\gamma + Y^2\cos^2\gamma + a^2$$
$$+2XY\sin\gamma\cos\gamma - 2aX\sin\gamma - 2aY\cos\gamma = R^2 \qquad \text{——(1)}$$

其中 X, Y, Z 为变量，γ 视为参量，即可表示为 f(X, Y, Z, γ)=0 的形式，此即为圆柱面族的方程。

（2）、求圆柱面族的包络—辊形曲面方程

根据包络理论，曲面族的包络方程为：

$$\begin{cases} f(X,Y,Z,\gamma) = 0 \\ f'_\gamma(X,Y,Z,\gamma) = 0 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} X^2\cos^2\alpha.\cos^2\gamma + Y^2\cos^2\alpha\cdot\sin^2\gamma + Z^2\sin^2\alpha - 2XY\cos^2\alpha\sin\gamma\cos\gamma \\ \quad + 2XZ\sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma - 2YZ\sin\alpha\cos\alpha\sin\gamma + X^2\sin^2\gamma \\ \quad + Y^2\cos^2\gamma + a^2 + 2XY\sin\gamma\cos\gamma - 2aX\sin\gamma - 2aY\cos\gamma = R^2 \qquad \text{——(2)} \\ -2X^2\cos^2\alpha\cos\gamma\sin\gamma + 2Y^2\cos^2\alpha\sin\gamma\cos\gamma - 2XY\cos^2\alpha(\cos^2\gamma - \sin^2\gamma) \\ \quad - 2XZ\sin\alpha\cos\alpha\sin\gamma - 2YZ\sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma + 2X^2\sin\gamma\cos\gamma \\ \quad - 2Y^2\sin\gamma\cos\gamma + 2XY(\cos^2\gamma - \sin^2\gamma) - 2aX\cos\gamma + 2aY\sin\gamma = 0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{---(3)} \end{cases}$$

消去参数 γ，就可得到包络面方程，即辊型曲面方程。

（3）、求包络面的轴向截痕—辊型曲线

因为包络面必然是一个以 Z 轴为对称轴的旋转面，所以任意一个轴截面与包络面的截痕皆相同，为简单计，取 X=0

的平面为轴截面。

令 X＝0，代入式（2）、（3），即可得出包络面的轴向截痕，即辊型曲线方程：

$$\begin{cases} Y^2\cos^2\alpha\sin^2\gamma + Z^2\sin^2\alpha - 2YZ\sin\alpha\cos\alpha\sin\gamma + Y^2\cos^2\gamma - 2aY\cos\gamma + a^2 = R^2 \\ 2Y^2\cos^2\alpha\sin\gamma\cos\gamma - 2YZ\sin\alpha\cos\alpha\cos\gamma + 2Y^2\sin\gamma\cos\gamma + 2aY\sin\gamma = 0 \end{cases}$$

令：$\sin\alpha = m$

$\cos\alpha = n$

$\sin\gamma = p$

$\cos\gamma = q$

则上式简化为：

$$\begin{cases} Y^2n^2p^2 + Z^2m^2 - 2YZmnp + Y^2q^2 - 2aYq + a^2 = R^2 \\ 2Y^2n^2pq - 2YZmnq - 2Y^2pq + 2aYp = 0 \end{cases}$$

求解结果为：

$$\begin{cases} Y = \dfrac{a}{q} - R\dfrac{n}{\sqrt{m^2p^2 + n^2}} \\ Z = a\cdot\dfrac{n}{m}\cdot\dfrac{p}{q} + R\dfrac{mp}{\sqrt{m^2p^2 + n^2}} \end{cases}$$

即：$\begin{cases} Y = \dfrac{a}{\cos\gamma} - R\dfrac{1}{\sqrt{tg^2\alpha\cdot\sin^2\gamma + 1}} \\ Z = a\cdot ctg\alpha\cdot tg\gamma + R\dfrac{1}{\sqrt{ctg^2\alpha\cdot\csc^2\gamma + 1}} \end{cases}$ 为辊型曲线的参数方程

式中：

a—矫直辊轴线和钢管轴线之间的垂直距离

R —钢管直径

α—矫直辊倾斜角

γ—辊型曲线的参量

2、相对滑动速度推导

(1)、辊型曲面和钢管圆柱面的接触线方程

根据曲面包络理论，辊型曲面应是钢管圆柱面族的包络面，如图（20）所示。在辊型曲面方程中，若令参数γ为某一确定的γ_0，就得到圆柱面族$\{\Omega\}$中一个确定的圆柱面Ω_γ与辊型曲面的一条特征线，即接触线。由于问题的轴对称性，任何一个圆柱面与辊型曲面的接触线都是形状完全相同的空间曲线，不失一般性，可令$\gamma=0$来求解此问题。

令$\gamma=0$，则由式（2）、（3）可得：

$$\begin{cases} X^2\cos^2\alpha+Z^2\sin^2\alpha+2XZ\sin\alpha\cos\alpha+Y^2+a^2-2aY=R^2 \\ -2XY\cos^2\alpha-2YZ\sin\alpha\cos\alpha+2XY-2aX=0 \end{cases}$$

此即为接触线方程，表示一条空间曲线。

改写成为参数方程：

令： $Z=t$

做变量代换：
$$\begin{cases} X=-\rho\sin\varphi \\ Y=\rho\cos\varphi \end{cases} \qquad \text{——(4)}$$

并引入代号： $\sin\alpha=m$

$\cos\alpha=n$ ——（5）

可得：

$$\begin{cases} \rho^2n^2\sin^2\varphi+t^2m^2-2\rho\,tmn\sin\varphi+\rho^2\cos^2\varphi+a^2-2a\rho\cos\varphi=R^2 & \text{——（6）} \\ \rho^2n^2\sin\varphi\cos\varphi-\rho\,tmn\cos\varphi-\rho^2\sin\varphi\cos\varphi+a\rho\sin\varphi=0 & \text{——（7）} \end{cases}$$

由此可看出，每给定一个 t 值，就确定一个点，该点就是 Z=t 的平面和接触线的交点。ρ、φ是 Z=t 平面与接触线的交点在 Z=t 平面内的极半径和极角。

如图（21）所示，极角φ是从 Y 轴量起的。

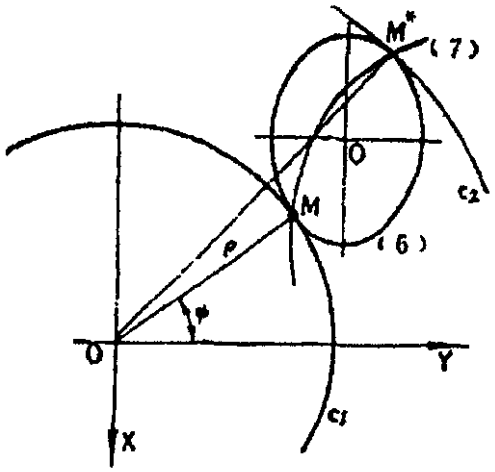


图 21　截痕示意图

在图（21）中，标（6）的曲线为方程（6）所代表的曲线，即 Z=t 的平面与钢管圆柱面的截痕；标（7）的曲线为方程（7）所代表的曲线。曲线 c1 是 Z=t 的平面与辊形曲面的截痕。曲线 c1 和曲线（6）应相切于接触点 M，曲线 c2 是 Z=t 的平面与钢管外包络面的截痕。

求解方程（6）、（7），经化简运算得到：

$$R^2m^4tg^2\varphi=(antg\varphi-tm)^2(tg^2\varphi+n^2) \qquad \text{——（8）}$$

其中，R、a、m、n 为已知量，每给定一个 t 值，即可得出 $tg\varphi$的四个根。根据实际问题的物理意义，方程应有两个实根，此两个实根对应点如图（21）所示的 M 点和 M*点，其中 M*点无实际意义。

根据式（8），可得 t-φ曲线方程为：

$$t=\frac{an}{m}tg\varphi-\frac{1}{m}\sqrt{\frac{R^2m^4tg^2\varphi}{tg^2\varphi+n^2}}$$

每给定一个 t 值，可得出 M 点对应的极角φ，将其代入

方程（7），可得到 M 点的极半径 ρ：

$$\rho = \frac{a\sin\varphi - tmn\cos\varphi}{m^2 \sin\varphi\cos\varphi} \qquad ——(9)$$

(2)、矫直辊与钢管在接触线上的相对滑动速度

为分析矫直辊和钢管在接触线上各点的相对滑动速度，站在机架上观察其运动是方便的。建立定坐标系 o''-$\xi\eta\zeta$（如图 22 所示），在此坐标系中，矫直辊的运动是围绕 Z 轴在转动。设其角速度为 Ω。

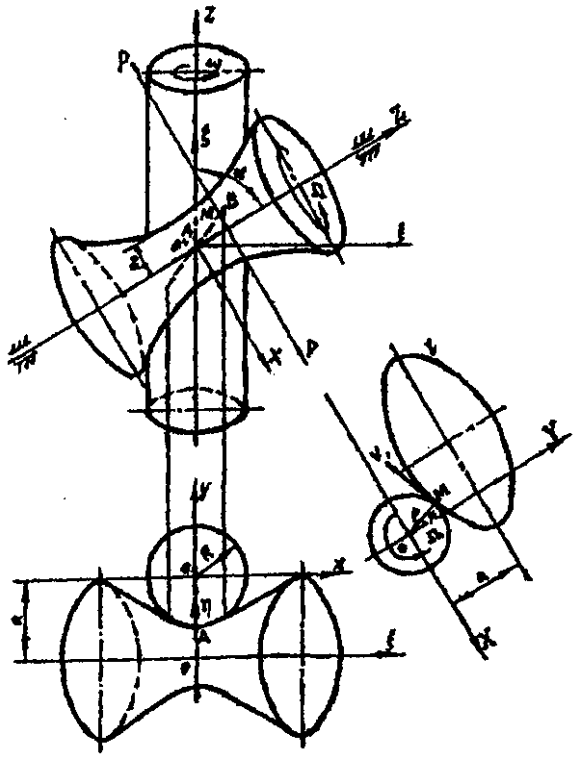


图 22　相对滑动速度分析示意图

在矫直辊做定轴转动过程中，尽管接触线在轧辊表面上是变动的，但在定坐标系 o''-$\xi\eta\zeta$ 中是不变的，具有一般性，可以在假设 γ=0 的瞬时进行速度分析。

取接触线上的任意一点 M 作为矫直辊表面上的一点，在坐标系 O" -XYZ 中的坐标为：

$$\begin{cases} Z = t \\ X = -\rho \sin \varphi \\ Y = \rho \cos \varphi \end{cases}$$

利用坐标转换，它在坐标系 o''-$\xi\eta\zeta$ 中的坐标为：

$$\begin{cases} \xi = X\cos\alpha + Z\sin\alpha \\ \eta = Y \\ \zeta = -X\sin\alpha + Z\cos\alpha \end{cases}$$

M 点的绝对速度 V_1 为：

$$V_1 = \Omega \times \gamma_1$$

$$= (\Omega\sin\alpha i + \Omega\cos\alpha j) \times [(X\cos\alpha + Z\sin\alpha)i + Yj + (-X\sin\alpha + Z\cos\alpha)k]$$

$$= -\Omega Y\cos\alpha i + \Omega X j + \Omega Y\sin\alpha k$$

$$= -\Omega Y n i + \Omega X j + \Omega Y m k \qquad \text{——（10）}$$

考察钢管的运动，引入另一个固定坐标系 o-xyz，其 y 轴与 η 轴重合，x 轴、z 轴分别与 ξ、ζ 轴平行，(如图 22 所示)，站在机架上观察，钢管的运动是绕 Z 轴的定轴转动与沿 Z 轴平动的合运动。

M 点作为钢管表面的一点，在定坐标系 o-xyz 中的坐标为：

$$\begin{cases} x = \xi = X\cos\alpha + Z\sin\alpha \\ y = \eta - a = Y - a \\ z = \zeta = -X\sin\alpha + Z\cos\alpha \end{cases}$$

则 M 点的绝对速度 V_2 为：

$$V_2 = \omega \times \gamma_2 + u$$

其中：ω—钢管绕 Z 轴转动的角速度矢

γ_2—指由 O 点指向 M 点的矢径

u—钢管沿着 Z 轴的平动速度

于是：

$$V_2 = -\omega k \times (xi + yj + zk) + uk$$
$$= \omega y i - \omega x j + uk$$
$$= \omega(Y - a)i - \omega(X\cos\alpha + Z\sin\alpha)j + uk \quad \text{——（11）}$$

在钢管矫直过程中，矫直辊是主动件，其转动角速度Ω为已知，而钢管是从动件，它的运动是由矫直辊和钢管之间的法向压力在接触点公切面内引起的磨擦力而产生的。

由于钢管几何形状误差的不规则性，矫直辊与钢管相接触而无相对滑动的点在接触线无规律地变动着。假定图（22）中的 A 点为无相对滑动的点，依此来确定接触线各点的相对滑动速度。

对于矫直辊上的 A 点，Z=0, X=0, $Y = a - R = \rho_0$

则由式(10)和(11)，且令其相等，则得：

$$-\Omega\rho_0 ni + \Omega\rho_0 mk = -\omega Ri + uk$$

由此得：$\begin{cases} \omega = \dfrac{\rho_0}{R}\Omega n \\ u = \Omega\rho_0 m \end{cases}$

其中：ρ_0—矫直辊颈部半径

Ω—矫直辊转动角速度

将ω、u代入式(11)，并由式(10)减去式(11)，则得任意一点 M 处的相对滑动速度的表达式为：

$$V\gamma = V_1 - V_2$$
$$= \Omega\left\{-\frac{a}{R}n(Y - \rho_0)i + [(1 + \frac{\rho_0}{R}n^2)X + \frac{\rho_0}{R}mnZ]j + m(Y - \rho_0)k\right\}$$

$$|V_\gamma| = V\gamma = \Omega\rho_0\left\{[(\frac{R+\rho_0}{R})^2 n^2 + m^2]\cdot(\frac{Y}{\rho_0} - 1)^2 + [(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{R}n^2)X + \frac{m\cdot n}{R}Z]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

——（12）

每给定一个 Z 值，可由式（8）、（9）、（4）求出对应的 X 和 Y，代入式（12），即可求出 M 点(X，Y，Z)处矫直辊与钢管的相对滑动速度 V_r。

因为 M 点为接触线上任意一点，从而可获得接触线上各点的相对滑动速度。

(3)、相对滑动速度的空间分布状况

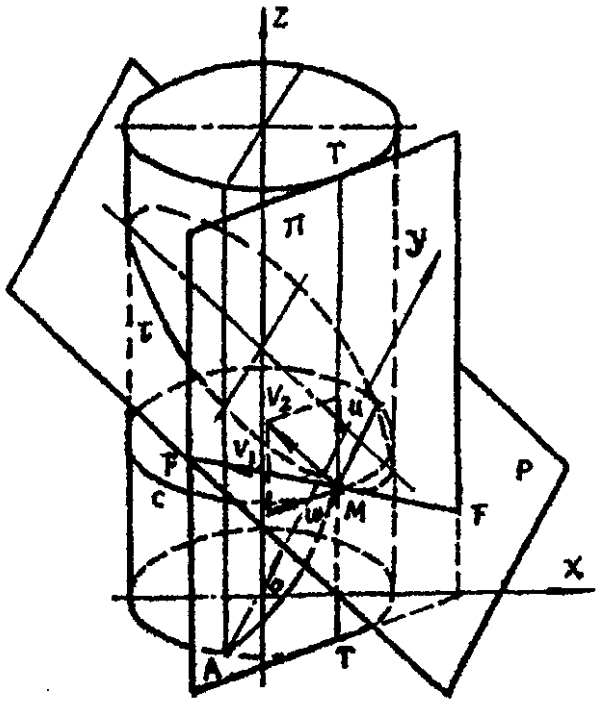


图 23　相对滑动速度空间状况分析示意图

(a)、接触线上任意一点 M 处的 V_1、V_2 皆在钢管圆柱面过 M 点的切平面内。

如图(23)所示，曲线 AM 是在钢管圆柱表面上的接触线。过 M 点作 Z 轴的法面，它与圆柱面的交痕是圆 C。剖面 P 是矫直辊 Z 轴的法面，它过 M 点，与钢管表面的交痕是椭圆 τ，

平面π是钢管圆柱面过M点的切面，直线T-T为过M点且与Z轴平行的直线，即为钢管圆柱面的母线，亦在切平面π内。

由钢管绕其自身的轴线做定轴转动而产生的分速度ω必定和圆C相切，所以ω一定在平面π内，且和T-T垂直，由钢管沿Z轴平动而产生的分速度u必定沿着直线T-T，所以其合速度$V_2=\omega+u$必定在平面π内。

对于矫直辊上的M点，由于矫直辊绕Z轴做定轴转动，所以M点的速度V_1在P平面内，且和椭圆τ相切，因为τ是钢管圆柱上的一条曲线，所以τ过M点的切线一定在切平面π内，即V_1必定在切平面内，故V_1一定在平面P和平面π的交线上。

(b)、在过接触线各点的钢管的切面内V_1和V_2方向的变化

令平面π在钢管表面上顺时针做纯滚动，平面π和平面P的交线F-F与T-T的夹角将越来越小，当平面π和钢管表面切于点A时，其夹角最小，为$90°-\alpha$；反之，当平面π逆时针滚动时，夹角越来越大，当平面π与X轴垂直时，夹角变为90°，即：当接触点从A点向M点逐渐推移时，速度V_1与钢管母线间夹角由$90°-\alpha$逐渐增大而趋于90°。

因为整个钢管做螺旋运动，所以钢管圆柱表面所有的点都在做完全相同的螺旋线运动，因此，在接触线各点处，V_2与钢管母线之间的夹角皆相同。

(c)、接触线各点处V_1和V_2大小的变化

在接触线各点处V_2的大小皆相同。

因矫直辊做定轴转动，$V_1=\Omega\rho$，即接触线上各点的速度V_1与过各点做Z轴的法面剖截矫直辊所得的截面圆的半径

ρ成正比。

(d)、在接触线各点处速度 V_1 和 V_2 的分布状况

假想用 xoz 平面把钢管圆柱剖开，把 y<0 的半个圆柱面展开成平面，此时接触线 AM(同时考虑 Z<0 的部分)也展布在此平面中，与此同时，过接触线各点的钢管的各个切面也都落在此平面内，V_1 和 V_2 随之亦在此平面内，在此平面内，接触线 AB、AB' 各点上的 V_1、V_2、V_r 的分布状况如图(24)所示。

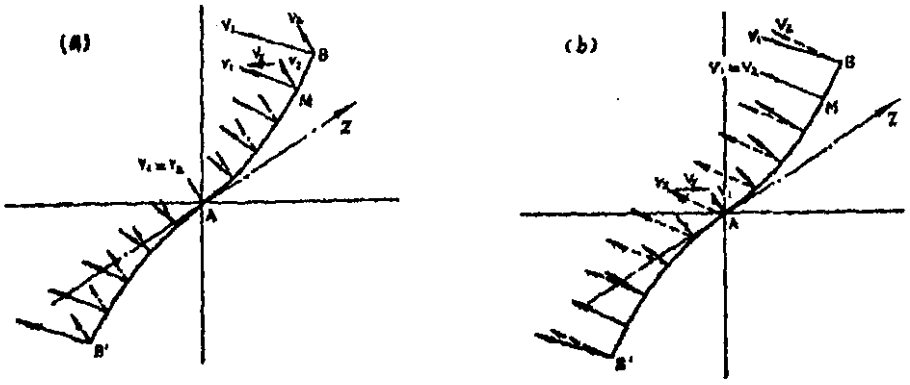


图 24 相对滑动速度分布示意图

图(a) 假定矫直辊与钢管在 A 点无相对滑动；

图(b) 假定矫直辊与钢管在任意一点 M 处无相对滑动；

从图中可以看出：

①、若 A 点是无相对滑动的点，则在接触线上任一点 M 处的相对滑动速度为：

$$(V\gamma)_M = (V_1)_M - (V_2)_M = (V_1)_M - (V_1)_A$$

若 M 点是无相对滑动的点，则在 A 点的相对滑动速度为：$(V_\gamma)_A = (V_1)_A - (V_2)_A = (V_1)_A - (V_1)_M$

显然再上述两种情况下的相对滑动速度大小相等，方向相反。

②、当矫直辊做匀速转动时，接触线各点上的 V_1 是稳恒的。而对于 V_2，由于无相对滑动的点在接触线上是变动的，所以

V_2的分布状况是变动着的。

③、当 A 点为无相对滑动的点时，在接触线最外端的点 B 处的相对滑动速度是在矫直钢管过程中可能出现的相对滑动速度的最大值，所以它最具有代表性。

(4)、结论

通过矫直辊辊型曲线方程及矫直辊和钢管接触线方程的建立，确定出接触线上每一点的相对滑动速度计算公式为：

$$V\gamma=\Omega\rho_0\left\{[(\frac{R+\rho_0}{R})^2n^2+m^2]\cdot(\frac{Y}{\rho_0}-1)^2+[(\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{R}n^2)X+\frac{m\cdot n}{R}Z]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

其中：X、Y、Z 为接触线上任意一点的坐标值，$m=\sin\alpha$　$n=\cos\alpha$，α—矫直辊倾斜角

ρ_0—矫直辊颈部半径

Ω—矫直辊转动角速度

R—钢管半径

实际计算时可取接触线上各点相对滑动速度的平均值$\overline{V_r}$，即$\overline{V_r}=V_{rB}/2$，V_{rB}为矫直辊与钢管接触线上最外端点 B 处的相对滑动速度。

第三章 力能参数的计算

§3-1 基本假设

钢管在斜辊矫直机上，通过多次弹塑性弯曲实现矫直，为简化分析，可作如下基本假设：

1、被矫材料是理想的弹塑性材料。即当应力低于屈服极限时，为理想弹性材料；当超过屈服极限时，为理想的塑性材料。

2、伯努利的平面假设适用于弹塑性变形。在这种情况下，材料弯曲之后，平的横断面仍保持平的，而纤维的延伸变化，与其距中性轴的距离成比例。

3、圆材的弯曲轴线与其中性轴重合。在弯曲过程中，中性轴向较大半径方向偏移是非常小的，在计算中可忽略不计。

4、被矫轧材断面具有正确的圆形，而且整个断面的壁厚均匀。

§3-2 强化材料塑弯比的计算法则

塑弯比（$\overline{M}$）为弹塑性弯曲的弯矩（M）与弹性极限弯矩（M_t）之比，即：$\overline{M}=M/M_t$。对于强化材料的塑弯比等于理想塑弯比减去强化系数与理想塑弯比的乘积，再加上强化系数与弹区比的比值。

即：$\overline{M_\lambda}=\overline{M}-\lambda\overline{M}+\frac{\lambda}{\zeta}=\overline{M}(1-\lambda)+\frac{\lambda}{\zeta}$，此式称为强化材料塑弯比的计算法则。

§3-3 斜辊钢管矫直机矫直功率的计算

1、矫直力的计算

以六辊斜辊钢管矫直机为例，矫直机每对矫直辊之间除矫直力外尚有压紧力存在，这种压紧力称为压扁力，为计算方便，将矫直力和压扁力分开计算。从矫直的需要出发，第二辊的作用力 F_2 中必须包含矫直力 F_{2J}；从压扁力的平衡条件来看，第二辊的作用力 F_2 中又必须包含压扁力 F_{2Y}。

(1)、按矫直力来计算：

各辊的受力均按一个或两个集中力进行简化，第一对辊子与第三对矫直辊基本属于固端受力状态，各为 F_{1a}、F_{1b}、F_{3a} 及 F_{3b}，它们中间有第二对上辊的矫直力 F_{2J}(两端各为 $F_{2J}/2$) 作用，其力学模型如图（25）所示

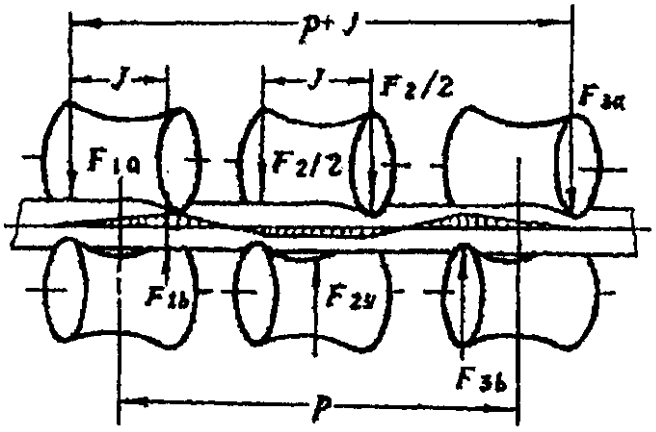


图 25 2-2 辊系的受力模型

设定最大弯曲处的弯矩为 M ，则按固端梁的力学公式，可求出矫直力为：

$$F_{1a}=F_{3a}=\frac{M}{J}=\frac{M_t\overline{M}}{J}$$

$$F_{1b}=F_{3b}=\frac{p+2J}{p-2J}F_{1a}=\frac{p+2J}{J(p-2J)}\cdot M_t\overline{M}$$

$$F_{2J}=2F_{1b}-2F_{1a}=\frac{8M_t\overline{M}}{p-2J}$$

式中：M_t—弹性极限弯矩　　$M_t=\frac{\pi R_1^3}{4}(1-a^4)\sigma_t$

a—钢管内、外径比

$\overline{M}$—塑弯比　　$\overline{M}=1.2\sim1.3$

(2)、压扁力的计算

由于压扁作用主要靠中间的一对矫直辊，两端的上下矫直辊之间虽然存在 F_{1a} 或 F_{3a}，但都属于两矫直辊间的相对压力。下面仅就中间两矫直辊间的压扁力进行分析讨论。

从被压扁的区间取出一小段管环作为分离体的力学模型，再从管壁上分离出四分之一的环壁，如图（26）所示。

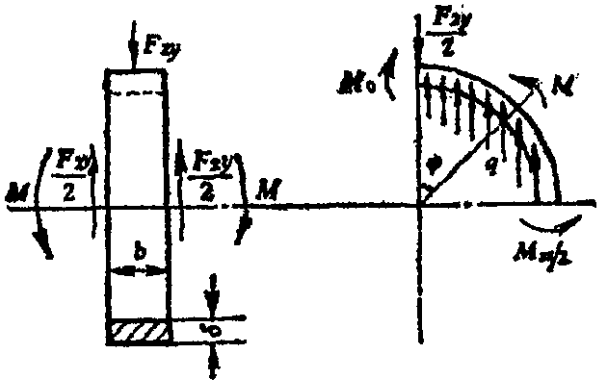


图 26　管材的压扁力

设此管环的宽度为 b，壁厚为 δ，在视同薄壁管条件下，

设管的平均半径为 r，则管段端面上的均布剪力 q 为：

$$q=\frac{F_{2y}/2}{2r}=\frac{F_{2y}}{4r}$$

在四分之一扇形环体上，管环段切口处作用的内力矩为 M_0 及 $M_{\frac{\pi}{2}}$，在任意位置 Φ 角处的内力矩为 M_φ，其平衡式为：

$$M_\varphi=qr\cdot\sin\varphi\cdot\frac{r\sin\varphi}{2}+M_0-\frac{F_{2y}}{2}r\sin\varphi$$

$$=\frac{F_{2y}}{2}\cdot r(\frac{\sin^2\varphi}{4}-\sin\varphi)+M_0$$

此扇形环体的弹性变形能为：

$$u=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{M_\varphi^2 r}{2EI}d\varphi$$

式中：I—扇形环的矩形截面惯性矩

E—材料的弹性模数

由于压扁时管环的上顶点（$\varphi=0$）处断面角位移为零，则：

$$\frac{\partial u}{\partial M_0}=\int_0^{\pi/2}\frac{2M_\varphi}{2EI}\cdot\frac{\partial M_\varphi}{\partial M_0}r\cdot d\varphi=0$$

而 $\frac{\partial M_\varphi}{\partial M_0}=1$，　故 $\int_0^{\pi/2}M_\varphi\cdot d_\varphi=0$

即：　$\int_0^{\pi/2}(\frac{F_{2y}}{8}\cdot r\sin^2\varphi-\frac{F_{2y}}{2}r\sin\varphi+M_0)d\phi=0$

$$\frac{\pi\gamma}{8}\cdot F_{2y}-\frac{r}{2}F_{2y}+\frac{\pi}{2}M_0=0$$

$$\therefore\qquad M_0=\frac{r}{\pi}(1-\frac{\pi}{4})F_{2y}=0.068rF_{2y}$$

则 $$M_\varphi = (\frac{\sin^2\varphi}{8} - \frac{\sin\varphi}{2} + 0.068)rF_{2y}$$

当 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 时， $M_{\pi/2} = -0.307rF_{2y}$； 当 $\phi = 8.1°$ 时， $M_{8.1} = 0$

可见在 $\varphi = 0 \sim 8.1°$ 之间， $M_\varphi = 0 \sim 0.068rF_{2y}$； 在 $\varphi = 8.1° \sim \frac{\pi}{2}$ 之间， $M_\varphi = 0 \sim -0.307F_{2y}$。

鉴于 $|M_{\pi/2}| > |M_0|$，表明在 $\pi/2$ 角处首先达到弹性极限，管材断面在横向产生外凸现象，因此变为扁形，所以压紧辊的压力应以此为极限，不能再扩大。这个极限值确定的根据是横向环壁的外凸弯曲应力应该满足：

$$\sigma = \frac{M_{\pi/2}}{Z_t} \le \sigma_t$$

其中： Z_t—环壁的弹性断面模数， $Z_t = \frac{b\delta^2}{6}$

将 $M_{\frac{\pi}{2}}$ 及 Z_t 代入上式，即可得到最大弹性压扁力为：

$$F_{2y} = 0.54\frac{b\delta^2}{r}\sigma_t$$

综上(1)、(2)可知，第二个上辊的受力为：

$$F_2 = F_{2J} + F_{2y} = \frac{8M_t\overline{M}}{p - 2J} + 0.54\frac{b\delta^2}{r}\sigma_t$$

故矫直机总矫直力为：

$$F_\Sigma = 2F_{1a} + 2F_{1b} + F_2 + F_{2y}$$

$$=\frac{4(p+2J)}{J(p-2J)}M_t\overline{M}+1.08\frac{b\delta^2}{r}\sigma_t$$

2、矫直功率的计算：

(1)、滚动摩擦消耗的摩擦功率

(a)、矫直辊与管材间的滚动摩擦力矩：

设辊面与圆材间的滚动摩擦系数为 f ，则滚动摩擦力矩为： $T_{m1}=fF_\Sigma$

(b)、矫直辊各轴承的总摩擦力矩：

设辊子轴颈轴承摩擦系数为 μ，辊子轴项直径为 d，则各轴承的总摩擦力矩为： $T_{m2}=\mu\frac{d}{2}F_\Sigma$

机器的总滚动摩擦力矩 T_m 为：

$$T_m=T_{m1}+T_{m2}=(f+\mu\frac{d}{2})F_\Sigma$$

在矫直速度为 V_x、辊子平均直径为 D_g 及其倾斜角为 α 的条件下，矫直辊的转速为：

$$n_g=\frac{60V_X}{\pi D_g\sin\alpha}$$

则滚动摩擦消耗的摩擦功率为：

$$N_{m1}=\frac{\pi}{30}n_gT_m$$

$$=\frac{2V_x}{D_g\sin\alpha}(f+\mu\cdot\frac{d}{2})\cdot F_\Sigma$$

(2)、塑性变形所消耗的功率

矫直机对管材造成的塑性变形包括旋转弯曲和平面弯曲两种。它们所消耗的能量是不可逆的，每转一周和每弯曲一次

都消耗一次，前者与塑性变形区的长短、旋转速度和弯曲程度有关，后者与弯曲程度、前进速度及弯曲次数有关。把前者理解为只旋转不前进的高频旋转弯曲，把后者理解为只前进不旋转的低频平面弯曲，两者耗能的总和便是旋转矫直塑性变形的总耗能。

(a)、低频平面弯曲的塑性弯曲功率：

由前面已计算获得圆材一次弯曲的塑性变形能u_s，对于管材，一次弯曲变形能可用大圆变形能减去小圆变形能的方法获得，即：$u_s = u_{s1} - u_{s2}$

设矫直速度为V_X，对六辊斜辊矫直机率来说，钢管通过矫直辊经过了三次平面弯曲，则低频弯曲的塑性弯曲功率为：

$$N_s = 3u_s V_X$$

其中：u_s—钢管的一次弯曲变形能

V_X—矫直速度

(b)、高频旋转弯曲的塑性弯曲功率：

由前面已计算获得到单位长度圆材旋转一周所需的塑性变形能u_{xs}，对于管材仍可用大圆变形能减去小圆变形能的方法获得，即$u_{xs} = u_{xs_1} - u_{xs_2}$。则钢管在塑弯区长度内，单位时间旋转 n/60 周所需的塑性变形功率为：

$$N_{xs} = \frac{n}{60} \cdot S_d \cdot u_{xs}$$

其中：u_{xs}—钢管的塑性变形能

n—钢管的转速，$n = \dfrac{60V_x}{\pi D \operatorname{tg}\alpha}$

式中：D—钢管外径

α—矫直辊倾斜角

S_d—塑弯曲变形区总长度　　$S_d = J + 0.21P$

故 $$N_{xs}=\frac{V_X S_d}{\pi D tg\alpha}\cdot u_{xs}$$

（3）、滑动摩擦消耗的摩擦功率：

按平均相对滑动速度考虑滑动摩擦功率：$N_{m2}=u' F_\Sigma \overline{V}_r$

其中 u' —矫直辊与钢管的滑动摩擦系数，

$\overline{V_r}$ —矫直辊与钢管的平均相对滑动速度。

$$\overline{V_r}=\frac{1}{2}\Omega\rho_0\left\{[(\frac{R+\rho_0}{R})^2 n^2+m^2]\cdot(\frac{Y}{\rho_0}-1)^2+[(\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{R}n^2)X+\frac{m\cdot n}{R}Z]^2\right\}^{\frac{1}{2}}$$

（4）、矫直驱动功率：

$$N=\frac{1}{\eta}(N_{m1}+N_{m2}+N_S+N_{xs})$$

其中 η—矫直机的传动效率

N_{m1}—滚动摩擦消耗的功率

N_{m2}—滑动摩擦消耗的功率

N_S—低频平面弯曲的塑性弯曲功率

N_{xs}—高频旋转弯曲的塑性弯曲功率

3 、计算实例

以鞍钢无缝钢管厂 140 机组的一台 168 六辊斜辊钢管矫直机为例进行计算，参数为：辊距 P=1640mm，辊径 $D_g=380mm$，辊长 470mm，矫直速度 $V_x=1.15 m/s$，矫直钢管直径 D=50～168mm，壁厚 δ=15mm，$\sigma_t=245MPa$；计算其矫直功率。

计算结果为：（计算程序见附录 1）

矫直力：F=2158.627KN

滚动摩擦消耗的功率： N_{m1}=80.124Kw

塑性变形所消耗的功率： N_S=4.971Kw

N_{zz}= 16.669Kw

滑动摩擦所消耗的功率： N_{m2}=15.104Kw

（其中 $\overline{V}_r = 0.34985 m/s$ ）

总矫直驱动功率： N=129.853Kw

结果分析：

当不考虑滑动摩擦时，矫直机的驱动功率为：113.071Kw，考虑滑动摩擦时，矫直机的驱动功率为：129.853Kw，滑动摩擦所消耗的功率为总功率的 12.924%；考虑滑动摩擦后矫直驱动功率提高了 16.782Kw，为考虑滑动摩擦前矫直驱动功率的 14.842%。这说明滑动摩擦在矫直机各对矫直辊中是客观存在的并且这种滑动摩擦造成了较大的能量消耗，进行斜辊矫直机的设计时必须予以足够的重视，给予充分的考虑。

第四章 实验研究和数据分析

§4-1 实验目的

为了验证理论分析的正确性，利用鞍钢无缝钢管厂 140 机组的一台 168 六辊斜辊钢管矫直机进行实验。通过现场测试，获得六辊斜辊钢管矫直机在矫直各类管材时的矫直功率，经实验数据分析与处理，对矫直机矫直功率理论研究的可靠性进行验证、检验，使矫直功率的研究获到理论和实践的保证，从而为六辊斜辊钢管矫直机的设计、开发在矫直功率的计算、选择上提供安全可靠的保证。

§4-2 实验设备和实验材料

1、六辊斜辊钢管矫正机

利用鞍钢无缝钢管厂的 168 六辊矫正机，如图（27）所示。

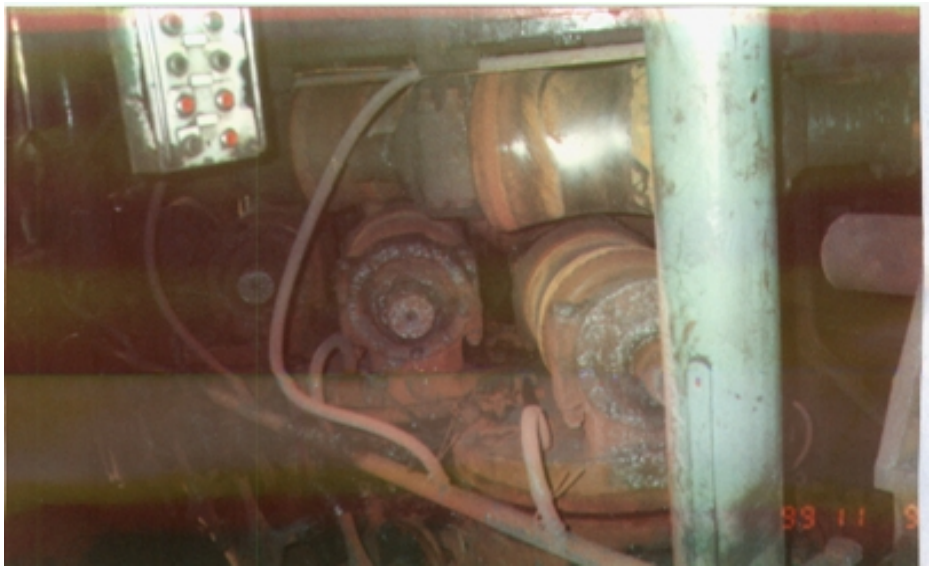


图 27、168 六辊斜辊矫直机

技术性能：电机功率 75 Kw

电机转速 500～1500 r/min

减速机速比 9.851

辊距 820mm

矫直辊直径： $\Phi 380mm$

矫直速度：实测时： 1.15 m/s

2、功率测试设备： 如图（28）所示：



图 28、功率测试设备

(1)光线示波器 (型号 SC-20)

(2)直流分流器

(3)直流分压器(型号 FF4)

(4)直流放大器(型号 ZF69-1Kt)

3、其它设备： 转速表

4、试件：钢管

几何尺寸及主要机机械性能如表（1）所示

表 1

试件	材质	外径 (mm)	内径 (mm)	壁厚 (mm)	主要机械性能			
					强度限 $\sigma_b(MPa)$	屈服限 $\sigma_t(MPa)$	弹性模量 $E(MPa)$	强化系数 λ
钢管	20#	Φ133	Φ103	15	410	245	2.06	0.015
	20#	Φ133	Φ93	20	410	245	2.06	0.015
	20#	Φ102	Φ66	18	410	245	2.06	0.015
	20#	Φ108	Φ72	18	410	245	2.06	0.015

§4-3 试验内容和试验结果分析

电机功率测试原理如图（29）所示：

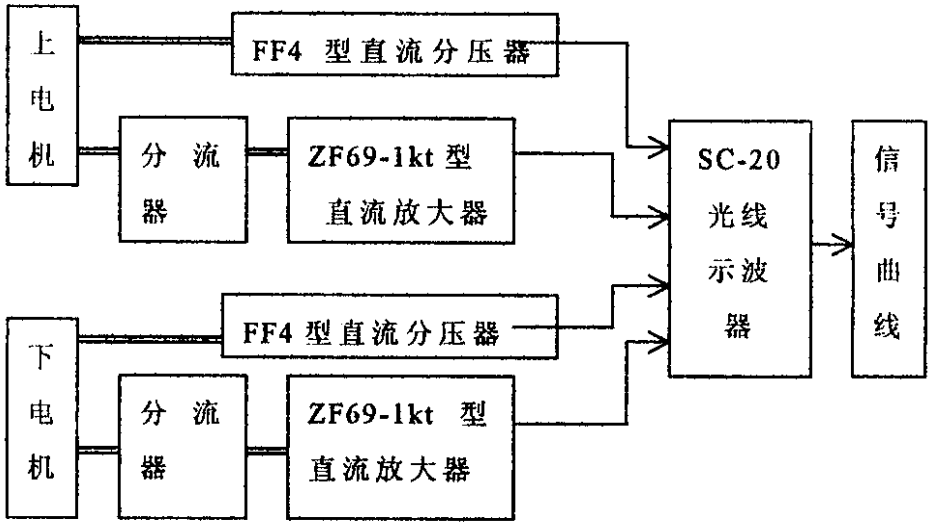


图 29、功率测试原理框图

功率测试结果分析：

(1) 实测功率信号曲线如图（30）所示：

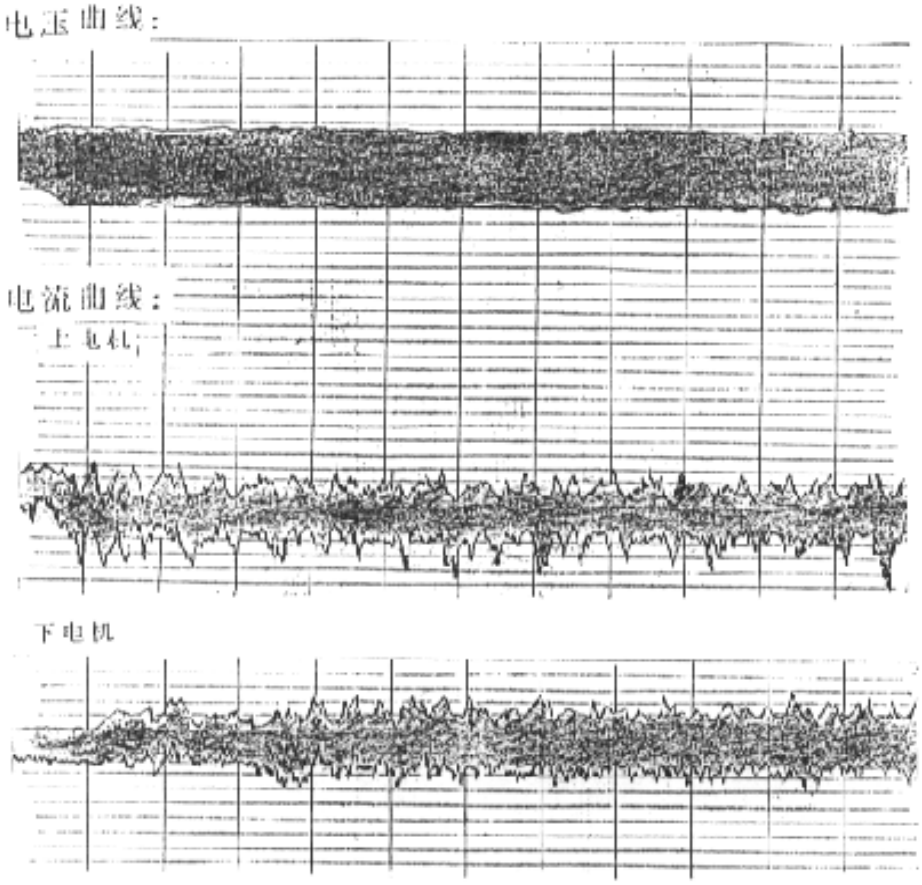


图 30　信号曲线（ϕ108 、δ18）

(2)实测功率分析：

电流标定为：10(A/mm)

电压标定为：38(V/mm)

功率分析如表（2）所示：

表 2

参数 / 数值 / 规格	实测电压(V)	实测电流(A)		实测功率(KW)	理论矫直功率(KW)	误差(%)
		上电机	下电机			
Φ133(δ=15)	387.6	148	130	107.7	102.3	5.278
Φ133(δ=20)	387.6	160	134	113.95	108.5	5.023
Φ102(δ=18)	387.6	125	120	94.96	89.6	5.982
Φ108(δ=18)	387.6	135	124	100.4	96.5	4.041

表 3

钢管类型	矫直功率		滑动摩擦功率 (Kw)	理论误差 (%)	实际误差 (%)
	考虑前	考虑后			
φ133 δ15	81.20	92.07	10.87	11.806	12.214
φ133 δ20	84.83	97.65	13.12	13.436	12.793
φ102 δ18	75.151	80.64	9.489	11.767	11.103
φ108 δ18	75.068	86.85	11.782	13.566	13.039

结果分析：

通过理论计算得到的矫直功率如表（2）所示，实测值与理论值误差在 5%左右，说明理论矫直功率的计算是准确的，其误差来源主要由矫直机矫直辊的磨损产生。理论计算得到的滑动摩擦功率占矫直功率的 12.644%左右，与实际测试结果相比占矫直功率的 12.287%左右，这说明滑动摩擦消耗的能量较大，矫直辊间产生较强烈的摩擦，设计矫直机时应予以充分的考虑。

结果表明，该矫直功率的计算公式是合理的、可靠的，可作为斜辊钢管矫直机设计和使用的理论依据。

§4-4 实验结论

1、矫直外径相同而壁厚不同的钢管时，壁厚大者所需矫直功率大，壁厚小者所需矫直功率小；

2、矫直壁厚相同而外径不同的钢管时，外径大者所需矫直功率大，外径小者所需矫直功率小；

3、实验结果表明，理论矫直功率的计算表达式与实际测试结果吻合，证明本文所得到的矫直功率计算公式是合理的、可行的，从而为矫直机的设计、使用提供安全可靠的保证。

结语：

1、应用相对运动原理和曲面包络原理导出了辊型曲线的参数方程，该曲线方程形式比较简单，方程中参数几何意义明确。

2、本文在辊型曲线方程建立的基础上，详尽的分析了矫直辊和钢管接触线上各点的相对滑动速度，给出了相对滑动速度的计算公式，从而为矫直机的设计提供合理选择参数的依据。

3、以鞍钢无缝钢管厂 140 机组的一台 168 六辊斜辊矫直机为例进行了计算与分析。结果表明，矫直辊与钢管之间的滑动摩擦所消耗的矫直驱动功率为考虑滑动摩擦前矫直驱动功率的 14.842%，说明矫直辊与钢管之间存在较强烈的相对滑动，这种滑动摩擦消耗的能量较大，在进行斜辊矫直机的设计时必须予以充分的考虑。

4、通过理论分析和实验验证，本文所得到的矫直功率计算公式是正确的、合理的，具有很强的实用性，这将为我国斜辊钢管矫直机的设计提供坚实的理论依据和可靠的安全保证。

参考文献：

1.《轧钢机械设备》（第四册） 鞍山钢铁学院 1974 年 P69

2.西重所开发的高精度管棒矫直材 吴昌国 重型机械 1994.5 3－5

3.《矫直理论与参数计算》（第 2 版）崔甫 机械工业出版社

4.棒材和管材斜矫直机的选择 A.N.Brown 重型机械 1975.2 35-42

5.六辊钢管矫直机试制成功 重型机械 1994.5 P60

6.试析钢管矫直机的技术发展 周勇德 宝钢技术 1995.5 54-56

7.Branx 六辊矫直机的技术特性 李德惠 钢管 1991.1 20-24

8.《管材矫直机》[苏]A.M.马斯基列逊等著 机械工业出版社 1979.7

9.六辊矫直机积压物资直钢管管端的理论研究 蓝清国、吴清芳 钢管 1998.6 9-12

10.六辊钢管矫直机矫直辊调整角α的确定 李海平、郭春华 太重技术导报 1995.1 P7-9

11.七斜辊矫直机的定性分析 唐立束 冶金设备 1994.6 P20-25

12.提高管棒材料矫正精度的探讨 刘德汉 1982.2 重型机械 24-29

13.钢管矫直机矫直辊与钢管相对滑动速度分析及参数合理选择 陈树勋、王子良 重型机械 1988.12 46-52

14."313"钢管矫直机的矫直力、矫直功率的计算 兰清国 重型机械 1976.6 13-19

15.矫直辊调整角的最优解 骆家舜 机械设计 1987.5 10-13

16.薄壁短管矫直机的研制 侯左亮等 冶金设备 1989.5 7-13

17.计算机控制钢管矫直的新技术 村夫译 钢管 1992.2 53-57

18.新型管棒材斜辊矫直机 重型机械 1985.4 43-45

《ЦЕРНАЯ МЕТАЛЛУРТНЯ》 1984.4(960) 49-51

19.钢管矫直机的减振装置 李郁芳 重型机械 1985.10 60-62

20.矫直辊调整(倾角方法的研究) 骆家舜 应用科学学报 1985.7 217-221

21.美国《313》型钢管矫直机存在问题探讨 重型机械 1981.11 43-46

22.圆材册矫直辊辊形的理论研究 王传友 重型机械 1982.3 1-5

23.钢管全长矫直新方法 [苏]H.N.Ctapynrnh等 钢管 1991.3 49-51

24.矫直残余应力对矫直机能耗的影响 崔甫等 东北工学院学报 1989.4 199-204

25.双向旋转矫直法的开发与理论探讨 崔甫 上海冶金专科学校学报 1992.3 16-20

26.管材矫正辊辊形曲线的一种简单求法 丁淳 《锻压技术》 1984.4 1-4

27.管(棒)材矫正机辊形曲线理论分析和试验结量 陈惠波 钢铁 1976.11 18-32

28.管(棒)材矫直机辊形曲面理论分析 陈惠波 钢铁 1976.3 66-74

29.钢管矫直金接触辊于辊形曲线参数方程 余道良 数字的实践与认识 1977.4 19-27

30.七辊斜辊矫正机调试研究 刘永旭等 冶金设备 1994.1 45-51

31.新型矫直辊辊型曲线设计的数值方法 李德高等 钢铁 1989.5 36-39

32.斜轧线接触矫直辊的设计与调整探讨 詹尊舜 钢管 1994.6 1-8

33.钢管矫直辊型曲面的数学分析及其应用 高洪深 首钢科技 1995.10 12-13

34.斜轧辊形设计中的数学方法 陈惠波 金属学报 1979.1 24-37

35.管棒材矫直机辊形曲面的理论分析 马香峰 重型机械 1980.1 18-25

36.矫直辊的近似辊形与尺寸计算 刘铭湘 重型机械 1978.1 1-13

37.管(棒)材矫直机辊形曲线的理论研究和试验 陈惠波 重型机械 1976.1 1-28

38.斜辊矫直机的辊型基础理论及应用 胡连君 钢铁 1978.3 41-51

39.斜辊式管棒材矫直机矫直辊形曲线的研究 刘知月 重型机械 1981.12

40.斜辊式管棒材矫直机矫直辊辊形曲线计算方法及其有关表达式的探讨 姚中 重型机械 1983.8

41.钢管矫直机辊形曲线的数学分析 陈树勋 重型机械 1986.8 13-16

42.钢管矫直机辊形讨论 杨世祥 《钢铁厂设计》 1977.2

43. 鞍钢无缝钢管厂操作手册

44. 斜辊矫直机矫直时转矩的简化计算方法 (东德) W.Guericke 重型机械 1981.4

45.型钢辊式矫正机最优压下规程的研究 宋华 鞍山钢铁学院研究生论文 1996

46.轧钢机械理论与结构设计 北京科技大学主编 冶金工业出版社 1993.11

47.无缝钢管厂工艺技术规程 (第I部分) 鞍山钢铁公司 1995.1.1

48.轧钢机械设计 太原重型机械学院 机械工业出版社 1983.6

49.中小型轧钢机械设计与计算 马鞍山钢铁设计院 冶金工业出版社 1979.12

50.轧钢机械设计方法 施东成 冶金工业出版社 1991.3

51.实用电子机械设计技术手册 邓召义 姚振甫主编 电子工业出版社 1996.8

52.Wolfgang Buttgens.Various straightrning processes.1978.2,pp.90-93

53.G.E.Kemshall.Bar straightening and bundling equipment Steel Times, 1974,No.3,pp.243-249

54.John B.Sutton.Modern straightening machines for pipe,tubes, bars and stections.Iron and Steel Engineer, 1977.11,pp.38-45

55.A.N.Brown.Selection of sross roll straightening machines for rounds and tubes.Iron and Steel Internation,1973,No.8,pp.355-360

56.takaaki KATOH,ets.Control for straightening process of seamless pipe.JSME International Journal,1991,Vol.34,No.3,pp.427-432

致　　谢

本文得以顺利完成，首先要感谢李龙海教授，从选题、实验直到定稿，论文的每一处都得到李龙海教授的悉心指导和支持，并协助我多次现场调查研究，完成本文所需的实验。

电测实验室的徐泽宁、张丽娟教师，机械教研室的高满旭教授、宋华老师、鞍钢无缝厂技术科杜春生高工及其它师傅在百忙之中给予了我大力协助，使得论文顺利完成。同时，我要感谢制图教研室给予我的大力支持，并对冯永军、张国际教师为我提供的帮助表示衷心感谢！

论文进行过程中，还得到数学教研室顾文豹教授、科信公司及其它同志的帮助，在本文完成之际，在此一并对帮助过我的诸位老师致以诚挚的谢意！

附录：

1、矫直功率的计算程序：

```
CLS
INPUT "d1="; d1
INPUT "d2="; d2
INPUT "d3="; d3
INPUT "l="; l
INPUT "vx="; vx
qt = 245: p = 1640: mm = 1.3: dg = 380: u = .01: f = .001: uu
= .02
pi = 3.14159: s1 = .5: e = 206000: fai = 16.1144
sss = pi * d1 / l: PRINT "sss="; sss
samax = .5 * SQR(4 + sss ^ 2) - sss / 2: PRINT "samax="; samax
amax = ATN(samax / SQR(1 - samax ^ 2))
lll = SIN(amax) * SIN(amax) / COS(amax) * d3 / d1
camin = .5 * SQR(4 + lll ^ 2) - lll / 2
amin = ATN(SQR(1 - camin ^ 2) / camin)
PRINT "amax="; amax * 180 / pi, "amin="; amin * 180 / pi
fai = fai * pi / 180
j = l * COS(amin): r1 = d1 / 2: r2 = d2 / 2: a = r2 / r1
PRINT "j="; j
s2 = s1 * r1 / r2: d = dg / 2
PRINT "s2="; s2
b = .2 * l: r = (r1 + r2) / 2: dl = r1 - r2: sd = 1.8 * j
mt = pi / 4 * r1 ^ 3 * (1 - a ^ 4) * qt
PRINT "mt="; mt
fx1 = 4 * (p + 2 * j) / (j * (p - 2 * j)) * mt * mm
```

```
fx2 = 1.08 * b * d1 ^ 2 / r * qt
fx = fx1 + fx2
PRINT "fx1="; fx1, "fx2="; fx2, "fx="; fx
nm1 = 2 * vx / (dg * SIN(amin)) * (f + u * d / 2) * fx
PRINT "nm1="; nm1
cc1 = (2 / s1 + s1) * SQR(1 - s1 ^ 2)
cc2 = (2 / s2 + s2) * SQR(1 - s2 ^ 2)
c11 = 2 / 3 * cc1 - pi + 2 * ATN(s1 / SQR(1 - s1 ^ 2))
c22 = 2 / 3 * cc2 - pi + 2 * ATN(s2 / SQR(1 - s2 ^ 2))
PRINT "c11="; c11, "c22="; c22
us1 = r1 ^ 2 * qt ^ 2 / e * c11
us2 = r2 ^ 2 * qt ^ 2 / e * c22
us = us1 - us2
ns = 3 * us * vx
PRINT "us1="; us1, "us2="; us2, "us="; us
PRINT "ns="; ns
cc3 = r1 ^ 2 * (2 - 3 * s1 + s1 ^ 3) / s1
cc4 = r2 ^ 2 * (2 - 3 * s2 + s2 ^ 3) / s2
uxs1 = 2 / 3 * pi * qt ^ 2 / e * cc3
uxs2 = 2 / 3 * pi * qt ^ 2 / e * cc4
uxs = uxs1 - uxs2
sd = 1.8 * j
nxs = vx * sd / (pi * d1 * SIN(amax) / COS(amax)) * uxs
PRINT "uxs1="; uxs1, "uxs2="; uxs2, "uxs="; uxs
PRINT "nxs="; nxs
t = j / 2
aa = d1 / 2 + dg / 2
```

```
m = SIN(amin)
n = COS(amin): PRINT "m="; m, "n="; n
lou = (aa * SIN(fai) - t * m * n * COS(fai)) / (m ^ 2 * SIN(fai) *
COS(fai))
x = -lou * SIN(amin)
y = lou * COS(amin)
z = t
lo0 = dg / 2
vg = vx / SIN(amin)
dd1 = ((r1 + lo0) / r1) ^ 2 * n ^ 2 + m ^ 2
dd2 = y / lo0 - 1
dd3 = (1 / lo0 + 1 / r1 * n ^ 2) * x
dd4 = m * n / r1 * z
vr = vg * SQR(dd1 * dd2 ^ 2 + (dd3 + dd4) ^ 2) / 2
nm2 = uu * fx * vr
PRINT "lou="; lou
PRINT "x="; x, "y="; y, "z="; z
PRINT "vr="; vr
PRINT "nm2="; nm2
nn = nm1 + nm2 + ns + nxs
PRINT "nn="; nn
nnn = 1 / .9 * nn
PRINT "nnn="; nnn
```

2、曲线数据计算程序：

```
#include "graphics.h"
#include "math.h"
#define A 274
#define N 0.9256
#define M 0.3785
#define R 84
main()
{
 int i,drive=0,mode=0;
 float jj,t,aa,k1,k2,bb;
 k1=A*N/M;
 k2=R*M*M;
 t=0;
 aa=0;
 for(i=10;i<=120;i++)
  {
   jj=i/4.0;
   aa=jj*3.14159/180;
   bb=sin(aa)/cos(aa);
   t=k1*bb-k2*bb/(sqrt(bb*bb+N*N));
   printf("%3.1f,%f\n",jj,t);
   getch();
       }
}
```

3、圆形断面材料 M 的计算：

```
pi = 3.1415926#
FOR i = .1 TO 1 STEP .1
a = 5 / 6 - i * i / 3
b = SQR(1 - i * i)
c = ATN(i / SQR(1 - i * i))
m = 4 / pi * (a * b + c / (2 * i))
LPRINT "E="; i, "m="; m
NEXT i
a = 5 / 6 - 1 * 1 / 3
b = SQR(1 - 1 * 1)
c = pi / 2
m = 4 / pi * (a * b + c / 2)
LPRINT "E="; 1, "m="; m
END
```

4、曲线数据计算程序：

```
pi = 3.1415926#
PRINT "a=?"
INPUT a
LPRINT "A="; a
LPRINT
FOR i = .1 TO 1 STEP .1
a1 = 5 / 6 - i ^ 2 / 3
b1 = SQR(1 - i ^ 2)
c1 = ATN(i / SQR(1 - i ^ 2)) / (2 * i)
m1 = 1 / (1 - a ^ 4) * (4 / pi * (a1 * b1 + c1) - a ^ 4 / i)
LPRINT "E="; i, "m1="; m1
NEXT i
a1 = 5 / 6 - 1 ^ 2 / 3
b1 = SQR(1 - 1 ^ 2)
c1 = pi / 2
m1 = 1 / (1 - a ^ 4) * (4 / pi * (a1 * b1 + c1 / 2) - a ^ 4)
LPRINT "E="; 1, "m1="; m1
LPRINT
FOR j = .1 TO .9 STEP .1
a2 = 4 / (pi * (1 - a ^ 4))
b2 = 5 / 6 - j ^ 2 / 3
c2 = SQR(1 - j ^ 2)
d2 = 5 / 6 * a ^ 2 - j ^ 2 / 3
e2 = SQR(a ^ 2 - j ^ 2)
f2 = (ATN(j / SQR(1 - j ^ 2)) - a ^ 4 * ATN((j / a) / SQR(1 - (j / a)
^ 2))) / (2 * j)
```

```
m2 = a2 * (b2 * c2 - d2 * e2 + f2)
LPRINT "E="; j, "m2="; m2
NEXT j
LPRINT
END
```