

用上限元法求解张减过程的轧制力

张芳萍¹, 孙斌煜¹, 董家周²

(1. 太原重型机械学院, 太原 030024; 2. 太原卷钢厂, 太原 030012)

摘要:根据钢管塑性变形原理及张减变形理论,运用上限元法,构造动可容速度场,推导建立一系列与变形体内部虚功消耗有关的分式,算出张减轧制过程中的轧制力,并得到实验验证。

关键词:上限元法;轧制力;速度场

中图分类号:TG335 **文献标识码:**A

一套张力减径机通常由20~30架组成,张力减径机的主要功能是在大量减径的同时适量减壁。壁厚的改变取决于减径过程中作用在管上的纵向张力(拉伸力)。

轧制力作为张减过程中的重要参数,应力求得到更精确的解,上限元法由于实行方便,计算量少,特别是用它得到的结果在很多情况下完全满足实际生产的要求。在上限元法研究中创造的一些技术方法,对其他塑性变形分析方法的研究也有很好的启发作用。因此,对上限元法的应用研究不论在理论上还是在实践上都有重要意义。

1 上限元法基本原理

上限元的基本做法如图1所示。当分析轴对称成形问题时,从工件轮廓边界交点或直边的某些选定点出发(曲线边界用直折线近似代替),引坐标轴的平行线(同时往两个方向引),这样变形体就被一组与坐标平行的互相垂直的直线分割成若干截面

形状简单规范的环形单元(矩形单元和三角形单元)。

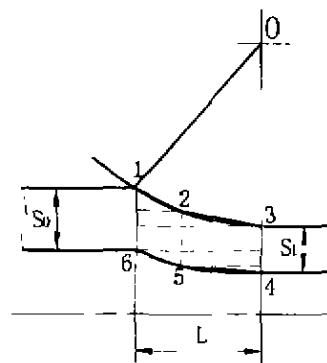


图1 轧制变形区的单元划分

Fig. 1 Mesh of rolling deformation area

2 矩形单元动可容速度的建立

构造上限元基本单元,我们应采用以下假设:

收稿日期:2000-12-01

基金项目:国家“九五”重大攻关资助项目(95-528-02-02-02E);山西省自然科学基金资助项目(200010531)

作者简介:张芳萍(1971-),女,太原重型机械学院材料分院研究生,研究方向为钢管张力减径过程的理论分析。

1) 变形材料是理想刚塑性体,各向同性,服从 Mises 屈服准则;

2) 单元内部为连续速度场;

3) 垂直单元的法向速度分量沿边界均匀分布;

4) 相邻单元在公共边界上的法向速度分量连续无间断。

如图 2 所示, $r_i, r_{i+1}, z_j, z_{j+1}$ 是矩形单元四条边界节点的几何位置坐标,根据假设,矩形单元法向速度分量沿该边界均匀分布,分别以该条边起始节点的序号定义,记作 $u_{ij}, u_{i+1,j}, \omega_j, \omega_{j+1}$ 。而 r, z, u, ω 则表示单元内任意一点的几何位置坐标和速度分量。

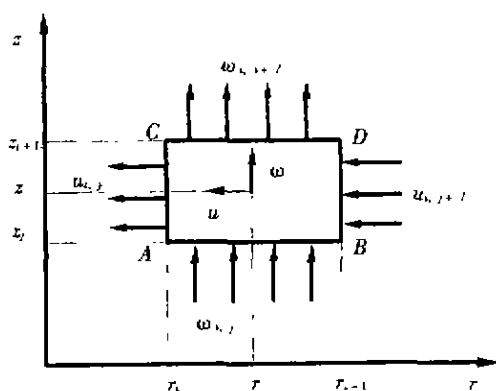


图 2 矩形单元动可容速度场的建立

Fig.2 The foundation of active allowed velocity field of rectangular element

矩形单元圆环柱体的体积为:

$$V = \pi(r_{i+1}^2 - r_i^2)(z_{j+1} - z_j)$$

速度场方程:

矩形单元内每一点都有三个速度分量(其中切向分量为零),根据体积不可压缩假设,每一点的应变(率)之和等于零,即

$$\dot{\epsilon}_r + \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_z = 0 \quad (1)$$

而对于轴对称 则为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} = -\frac{\partial \omega}{\partial z} \end{cases} \quad (2)$$

对上式右边可视只与 z 的函数,左边只是 r 的函数,两者互不相关,故可按两个独立的常微分方程求解。

计算出矩形单元速度场为

$$\begin{cases} u = -\frac{1}{2}Mr + \frac{N}{r} \\ \omega = Mz - Mz_j + \omega_j \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} M = \frac{\omega_{i,j+1} - \omega_{i,j}}{z_{j+1} - z_j} \\ N = u_{i,j}r_i + \frac{\omega_{i,j+1} - \omega_{i,j}}{2(z_{j+1} - z_j)}r_i^2 \end{cases}$$

3 三角形单元动可容速度场的建立

直角三角形在变形时,斜边 BC 总保持其在坐标系中的方位不变,既不伸长,也不缩短,而且边界速度也不变,这样的直线可视为刚性线,根据这项假设,可以假想将刚性线扩展为一个刚性三解形(图 3)。

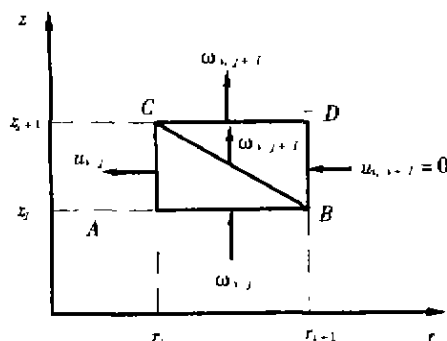


图 3 三角形单元动可容速度场的建立

Fig.3 The foundation of active allowed velocity field of triangular element

并根据矩形单元动可容速度场导出三角形单元动可容速度场为:

$$\begin{cases} \omega = \omega_{i,j} + \frac{r_i}{r_{i+1} + r_i}u_{i,j}(z_j - z)\frac{1}{r} \\ u = \frac{r_i u_{i,j}}{r_{i+1} + r_i} \left(1 + \frac{r_{i+1}}{r}\right) \end{cases} \quad (4)$$

4 实现虚拟速度场所需要消耗的总功率

$$W = W_i + W_c + W_f \quad (5)$$

其中

W_i ——单元变形功率;

W_c ——单元之间速度间断消耗功率;

W_f ——单元与工具接触表面之间消耗功率。

4.1 矩形单元塑性变形功率

根据金属塑性成形原理可知,矩形单元圆环的塑性变形功率为;

$$\begin{aligned} W_i &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \int_v \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2} dv \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \times 2\pi (z_{i+1} - z_i) \\ &\quad \int_{r_i}^{r_{i+1}} \sqrt{\frac{3}{4} M^2 + \frac{N^2}{r^4}} r dr \end{aligned} \quad (6)$$

其中 σ_s ——材料在单向拉伸时的屈服极限, (MPa)

4.2 矩形单元之间速度间断消耗功率

对于具有水平边界的两个矩形单元之间的滑动功率为:

$$\begin{aligned} W_i &= \int_{S_D} \tau |\Delta u_i| dS_D \\ &= \pi \tau \left| \frac{2}{3} M(r_{i+1} - r_i)^2 (r_{i+1} + 2r_i) + \right. \\ &\quad \left. 2Nr_i(r_{i+1} - r_i) \right| \end{aligned} \quad (7)$$

4.3 矩形单元与工具接触表面之间的摩擦功率

在金属塑性成形过程中,变形金属在速度面 S_u 上滑动时,会遇到摩擦阻力,计算公式为:

$$W_f = \int_{S_u} \tau_f |\Delta v| dS_u \quad (8)$$

式中 Δv ——摩擦滑动速度, (mm/s)

τ_f ——摩擦剪应力, (MPa), 若按摩擦常量来考虑, 则

$$\begin{aligned} \tau_f &= \frac{m\sigma_s}{\sqrt{3}} \\ m &\text{——摩擦因子, 因此, 有} \\ W_f &= \frac{1}{\sqrt{3}} m\sigma_s r_{i+1} \left| M(z_{j+1} - z_j)^2 \right. \\ &\quad \left. + 2\omega_{i,j}(z_{j+1} - z_j) \right| \end{aligned} \quad (9)$$

4.4 三角形单元塑性变形功率

根据金属塑性成形原理可知三角形单元圆环的塑性变形功率

$$\begin{aligned} W_i &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_s \int_v \sqrt{\dot{\epsilon}_r^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2 + 2\gamma_{rz}^2} dv \\ &= 4\pi K \left| \frac{r_i u_{i,j}}{r_{i+1} + r_i} \right| \int_{z_i}^{z_{i+1}} \int_{r_i}^{f(r)} \end{aligned}$$

$$\sqrt{\left(1 + \frac{r_{i+1}}{r} + \frac{r_{i+1}^2}{r^2} + \frac{(z - z_i)^2}{2r^2}\right)} dr dz \quad (10)$$

其中 $f(r) = z_{i-1} + \frac{z_i - z_{i+1}}{r_{i+1} + r_i} (r - r_i)$

4.5 矩形单元与三角形单元相邻边界上的速度间断消耗功率

$$W_S = 2\pi r_i K \int_{z_i}^{z_{i+1}} |\omega_{ACDE} - \omega_{ABC}| dz \quad (11)$$

4.6 三角形单元圆环与工具接触表面之间的摩擦功率

$$\begin{aligned} W_f &= mK \int_{S_f} |\Delta v| dS_f \\ &= \pi mK (1 + \tan^2 \varphi) \frac{r_i}{r_{i+1} + r_i} |u_{i,j}| \\ &\quad (r_{i-1} - r_i)(r_i + 3r_{i+1}) \end{aligned} \quad (12)$$

5 计算实例

在某厂 $\phi 250$ MPM 机组混合传动三辊式(名义辊径 D_0 为 360mm) 张减机上将外径为 $\phi 164$ mm 的母管减径为 $\phi 60.6$ mm 成品管, 有关原始数据见表 1。

表 1 计算的原始数据

Tab.1 Original data of calculation

母管壁厚	4.1mm	出口速度	3.958mm/s
入口速度	1.1mm/s	出口温度	765℃
入口温度	880℃	总延伸量	3.597
成口管壁厚	3.17mm	摩擦系数	0.02

孔型参数, 计算值以及实测值列入表 2。

计算结果与实测值曲线如图 4 所示。

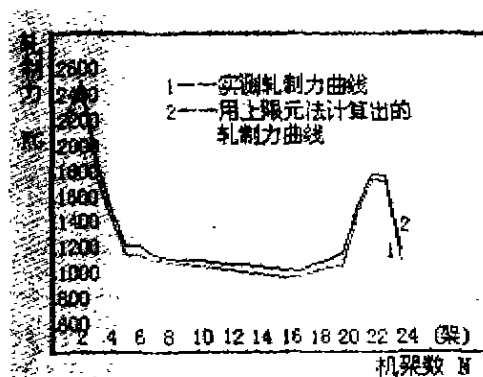


图 4 产品轧制压力曲线

Fig.4 Rolling force curve of product

表 2 孔型参数、计算值及实测值

Tab.2 Shape parameters, calculating results and measuring data

机架号	平均孔型 直径(mm)	孔型短半轴 轴(mm)	孔型长半轴 轴(mm)	轧制压力(KG)		误差(%)	
				计算值	实测值	绝对(KG)	相对(%)
1	161.39	79.69	81.7	22000.318	2125	75.318	3.54
2	155.4	76.38	79.02	2439.834	2382	57.834	2.43
3	148.39	72.87	75.52	1818.901	1707	111.901	6.56
4	141.2	69.35	71.85	1439.342	1366	73.342	5.37
5	134.4	66.02	68.38	1148.544	1084	64.544	5.95
6	127.98	62.88	65.1	1148.55	1086	62.55	5.76
7	121.9	59.9	62	1087.42	1043	44.42	4.26
8	116.15	57.09	59.06	1047.741	1023	24.741	2.42
9	110.72	54.43	56.29	1035.692	1011	24.692	2.44
10	105.58	51.91	53.67	1034.473	997	37.473	3.76
11	100.7	49.52	51.18	1022.321	984	38.321	3.89
12	96.09	47.26	48.83	1013.284	969	44.284	4.57
13	91.72	45.12	46.6	1002.168	955	47.168	4.94
14	87.58	43.09	44.49	986.5178	941	45.5178	4.84
15	83.66	41.17	42.49	981.5063	927	54.5063	5.88
16	79.95	39.35	40.6	970.2012	914	56.2012	6.15
17	76.42	37.62	38.8	955.9168	903	52.9168	5.86
18	73.07	35.98	37.09	1001.344	956	45.344	4.74
19	69.9	34.42	35.48	1038.867	978	60.867	6.22
20	66.89	32.95	33.94	1092.886	944	98.886	9.95
21	64.11	31.63	32.48	1423.695	1372	51.695	3.77
22	62.15	30.87	31.28	1722.085	1670	52.085	3.12
23	61.02	30.43	30.57	1710.672	1653	48.672	2.94
24	60.6	30.3	30.3	1108.978	1024	84.978	8.30

6 结论

(1) 根据上限元法对钢管张减过程进行理论分析,以虚拟动可容速度场为根据,计算结果满足工程

上的安全要求,在指导工艺实践的应用上,容易被工程技术人员所接受。

(2) 由图 4 比较可知,理论计算值和实测值比较接近,相对误差不超过 10%,符合生产上的基本要求,因此可以在工程实际中推广应用。

参考文献:

- [1] 王祖唐,关廷栋,肖景家,雷沛,霍文灿.金属塑性成形理论[M].北京:机械工业出版社,1989.309-328.
- [2] 孙斌煜,张洪.用能量法求解三辊轧管时轧制压力[J].重型机械,1998,(3):22-24.
- [3] 李胜祗,朱成序.钢管张减变形和机架间张力分析[J].华东冶金学院学报,1993,10(2):26-34.
- [4] 赵志业.金属塑性变形与轧制理论[M].北京:冶金工业出版社,1980.209-231

(下转第 30 页,Continued on page 30)

Abstract: The corrosion behaviors and mechanisms of the cast iron with different graphite morphology and same base under the condition of dipping it into the still sea were analyzed. It showed that cast iron with flaky and spherical graphite had more homogeneous comprehensive corrosion. The tendency of point corrosion and pit coorosion of the cast iron with spherical graphite was more serious the cast iron with flaky graphite. The cast iron with spherical graphite had the maximum corrosion depth.

Key words: graphite morphology; homogeneous corrosion; pit corrosion

.....
(上接第 25 页, Continued for page 25)

Calculation of Rolling Force in the Peocess of Stretch-Reduction by Upper Limit Element Method

ZHANG Fang-ping¹, SUN Bin-yu¹, DONG Jia-zhou²

(1. Taiyuan Heavy Mach. Inst. , Taiyuan 030024, China; 2. Taiyuan Cigarettes Factory, Taiyuan 030012, China)

Abstract: Based on the theory of plastic deformation and stretch-reduction, using upper limit element method, an active allowed velocity field is established and some formulas are deduced which are associated with virtual work consuming of deforming body. Finally, the rolling force of stretch-reduction tube was calculated and it has been verified by tests.

Key words: upper limit element method; rolling force; velocity field